



En undersøgelse af separationsboblen ved forkanten af en plan plade med endelig tykkelse og længde

Lind-Nielsen, B

Publication date:
1972

Document Version
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link back to DTU Orbit](#)

Citation (APA):
Lind-Nielsen, B. (1972). *En undersøgelse af separationsboblen ved forkanten af en plan plade med endelig tykkelse og længde*. Technical University of Denmark.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

EN UNDERSØGELSE AF SEPARATIONSBOBLEN
VED FORKANTEN AF EN PLAN PLADE
MED ENDELIG TYKKELSE OG LÆNGDE

B. Lind-Nielsen

AFDELINGEN FOR FLUID MEKANIK
DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE
LUNDTOFTE 1972

Tilgnet min kone.

*Hendes hjælp og
tålmodighed
har været
uvurderlig
ved færdiggørelsen
af dette arbejde.*

Forord.

Denne rapport omhandler en del af det arbejde, der er udført i årene 1968-1972 ved Afdelingen for Fluid Mekanik. Rapporten indgår som en del af et licentiatstudium.

Afdelingens leder, professor K. Refslund, takkes for hjælp og støtte under arbejdet.

Afdelingens medarbejdere, der beredvilligt har diskuteret arbejdet, takkes ligeledes. Medarbejderne i værkstedet takkes for den omhu, med hvilken de har fremstillet forsøgsopstillingerne.

Civilingeniørerne C. Schwartzbach og Henrik K. Obel takkes især for deres kritiske gennemlæsning af manuskriptet.

Fru Lizzie Krøyer og min kone takkes for med megen omhu at have henholdsvis renskrevet manuskriptet og rentegnet tegningerne.

En del af arbejdet er udført med støtte fra Statens teknisk-videnskabelige Fond.

Lundtofte, november 1972

B. Lind-Nielsen

INDHOLDSFORTEGNELSE.

FORORD	ii
SAMMENDRAG	v
ENGLISH SUMMARY	vi
SYMBOLLISTE	vii
INDLEDNING	1
FORSØGSOPSTILLINGER	3
Vindtunnelforsøg	3
Den lille vindtunnel	3
Den store vindtunnel	3
Modeller	3
Instrumenter	4
Hotwirens traversering	5
Måling af hastigheder. Kalibrering af hotwire	6
Hotwirekorrektioner	7
Vandtankforsøg	8
Vandtanken	8
Modellen	8
Modeltrækket	9
Brintboblerne	9
Fotografering	10
BESTEMMELSE AF SEPARATIONSBOBLENS LÆNGDE	11
Forsøgenes udførelse	11
Vindtunnelforsøg	11
Vandtankforsøg	13
Forsøgsresultater	13
Rekolleringsbestemmelse. Grundmodeller	13
Rekolleringsbestemmelse. Øvrige modeller	15
Sammenligning af måleresultater	15
TRAVERSERING AF STRØMNINGEN	18
Vindtunnelforsøg	18
Hastigheds- og turbulensfordelingen	18
Integrale hastighedsprofilparametre	19
Vandtankforsøg	20
Traversering af separationsboblen	20

FORSKYDNINGSLAGETS INSTABILITET	22
Vindtunnelforsøg	22
Vandtankforsøg	24
SEPARATIONSBOBLEPULSATIONER	26
OMSLAG	27
TREDIMENSIONALITET	27
GRÆNSELAGSMODEL FOR R1-MODELLEN	28
BEREGNINGER	30
Indledning	30
Ligningssystemet	30
Grænsebetingelser	33
Frie grænser	33
Overfladegrænser	34
Resultater	36
KONKLUSION	38
LITTERATURLISTE	41
APPENDIKS I	45
RC 4000 Algol-5 program til indlæsning og bear- bejdning af data fra datalogger.	
APPENDIKS II	52
Om hvirvelafløsningsfrekvensen bag cirkulære cy- lindre placeret på tværs af et strømmende fluid.	
APPENDIKS III	54
Beregning af brintboblestørrelse og -tidskonstant.	
APPENDIKS IV	56
Opmåling af brintboblefotografier.	
APPENDIKS V	57
GIER Algol-4 program til beregning af potential- strømningen omkring et legeme.	
APPENDIKS VI	64
Bestemmelse af det laminære grænselags separations- linie.	
FIGURER	65

SAMMENDRAG.

Der er foretaget en eksperimentel og numerisk undersøgelse af strømningen ved lave Reynolds' tal langs en plan plade med en-
delig tykkelse og længde. Især er separationsboblen ved for-
kanten af pladen blevet undersøgt.

I den eksperimentelle del af undersøgelsen er separationsbob-
lens udstrækning som funktion af hastigheden og pladens udform-
ning undersøgt, strømningshastigheden og turbulensfordelingen
langs pladen er målt ved tre forskellige Reynolds' tal, og der
er foretaget undersøgelser af instabiliteten i det forskyd-
ningslag, der afløses ved forkanten. Strømningen er desuden
blevet visualiseret ved hjælp af brintboblemetoden. Det er på-
vist, at ved en passende udformning af forkanten kan separa-
tionsboblens udstrækning styres, og at strømningen skifter
karakter fra laminær til turbulent ved et Reynolds' tal på
ca. 800.

I den numeriske del af undersøgelsen er det forsøgt at beregne
strømningen ved at løse de elliptiske strømningsligninger ved
iteration. Der er arbejdet med flere turbulensmodeller, men
det er ikke lykkedes at få beregningerne til at konvergere in-
den for den tid, der har været til rådighed for arbejdet.

ENGLISH SUMMARY.

The flow along a flat plate with finite thickness and length, in particular the separation bubble at the leading edge, has been investigated both experimentally and numerically.

In the experimental part of the investigation, the length of the separation bubble has been measured as a function of Reynolds numbers and configuration of the leading edge. The velocities and turbulence intensities along the plate have been measured at three different Reynolds numbers and the instability of the shear layer leaving the leading edge has been investigated. In addition, the flow has been visualized by using the hydrogen-bubble technique.

It has been shown that by shaping the leading edge with a splitter plate in front of the plate, or as a cut-off wedge, it is possible to control the separation bubble so that the velocities and the turbulence intensities along the plate are relatively high at the front part of the plate, compared with the velocities and turbulence intensities along a plate with a separation bubble at the leading edge. The splitter plate thickness should be 0.4 times the plate thickness and at least one plate-thickness long. The dimensions of the cut-off wedge are shown in Fig. 5.

From visualization of the flow and measurements of separation bubble lengths and integral velocity-parameters, it is concluded that the flow along the plate changes from laminar to turbulent at a Reynolds number approximately equal to 800, plate thickness being the characteristic length.

An attempt has been made to calculate the whole flow-field numerically by solving the elliptical, stationary equations of motion using the methods of Gosman et al. (1969). Two turbulence-models have been used, either the k - ω or the k - ϵ turbulence-model. Unfortunately it was not possible to make the calculations converge, due to lack of project time.

Part of the investigation has been paid for by The Danish Government Fund for Scientific and Industrial Research.

SYMBOLLISTE.

a, b	konstanter
$C_1 - C_5, C_D, C_\mu$	proportionalitetskonstanter
d	diameter
D	modstand
E	konstant
$F = n_h d^2 / \nu$	
g	tyngdeacceleration
G	produktionsudtryk
h	modelkroppens tykkelse
$H = \delta_* / \theta$	
k	turbulent kinetisk energi
l	forkantlængde
ℓ	turbulenslængdeskala
L	modelkroplængde
L	opdrift
n_h	hvirvelafløsningsfrekvens ved cirkulære cylindre
n_1, n_2, n_3	frekvenser målt ved separationsboblen
$R = U_0 d / \nu$	Reynolds' tal
$Re = Reh = U_0 h / \nu$	Reynolds' tal
$S_k, S_w, S_\varepsilon, S_\phi$	kildeled
t	tid
T	absolut temperatur
T	lokal turbulensgrad
T_0	turbulensgrad målt i forhold til fristrøms-hastigheden
u, U	lokal hastighed
u_τ	vægfriktionshastighed
$u_+ = u / u_\tau$	
U_0	fristrøms-hastighed
U_1	hastighed lige uden for grænselaget
w	mål for det tidsmidlede kvadrat på rotationsfluktuationer
x, x_1	koordinat i fristrømsretningen
x_2	koordinat vinkelret på modellens akse
x_r	afstand fra modelkroppens forreste kant til rekolleringsområdet midte
y	afstand fra modellens overflade

Y	afstand fra modellens symmetriakse målt i halve modeltykkelser
$Y_+ = \rho u_\tau Y / \mu_l$	
δ_*	fortrængningstykkelse
ε	dissipation
θ	bevægelsesmængdetabstykkelse
κ	konstant
$\Lambda = Re_h \theta^2 \frac{dU}{dx}$	
$\mu \}$	dynamisk (laminær) viskositet
$\mu_l \}$	
μ_t	turbulent viskositet
$\mu_{eff} = \mu_t + \mu_l$	effektiv viskositet
$\nu = \mu / \rho$	
ρ	massefylde
σ_{ij}	spænding
$\sigma_{k,eff}$	effektivt Prandtl tal for den kinetiske energi
$\sigma_{\phi,eff}$	effektivt Prandtl tal for variablen ϕ
τ	tidskonstant
τ_W	vægfriktion
Φ	variabel i en turbulensmodel
ψ	strømfunktion
ω	rotation
ω'	vinkelfrekvens

INDLEDNING.

Inden for den kemiske industri udgør bakketørring et vigtigt led i talrige fabrikationsprocesser, og der er i tidens løb foretaget mange forsøg med tørrebakkemodeller for at bestemme varme- og stofovergang fra en tørrebakke som funktion af luftens hastighed, se Sørensen (1966) for en detaljeret gennemgang af forsøgene. Der er dog, så vidt det er forfatteren bekendt, ikke før gjort noget forsøg på at undersøge selve strømmingen langs tørrebakken.

En tørrebakkemodel er en simpel plade med rektangulært tvær-snit, endelig tykkelse og endelig længde. Bredden afhænger af forsøgsomstændighederne. Når et fluid strømmer forbi modellen parallelt med modellens længdeakse, vil strømmingen separere ved forkanten og senere rekollere* mod overfladen et stykke fra forkanten. I nærheden af forkanten vil der være en recirkulerende strømning, kaldet separationsboblen, og dens udstrækning vil afhænge af Reynolds' tal.

Der er foretaget mange beregninger og forsøg med tynde, "halv-uendelige" plader, men der er altid gjort meget for at undgå en separationsboble ved forkanten, idet det har været strømmingen langs selve pladen, der har haft interessen. I visse tilfælde har man undersøgt grænselagets opførsel forbi et trin i pladen, men hovedvægten af undersøgelsen har da ligget i separationsboblen før eller efter trinet.

Der har ligeledes været foretaget beregninger og forsøg med separerede grænselag, men det har været enkle strømningstil-

* Forfatteren var i megen vildrede med hvilket ord, han skulle bruge for det engelske reattachment. Han brød sig ikke om at skulle sige, at grænselaget "reattacherede", for slet ikke at tale om at det "genanlagde" (tysk: wiederanlegen), men med en kollegas hjælp fandt han frem til at fordanske det franske ord recollement.

Forfatteren finder, at ordet rekollere lyder kønt, falder let på tungen og anbefaler det til brug ved beskrivelser af det strømningsfænomen, hvor grænselaget, efter at være separeret, atter følger den faste overflade.

fælde som et kølvand eller grænselaget ved en stråle, hvor grænsebetingelserne er lette at formulere.

Separationsbobler på vingeprofiler ved høje Reynolds' tal er et kendt fænomen, som mange forskere har beskæftiget sig med, men på grund af de besværlige grænsebetingelser er der ikke foretaget teoretiske beregninger. Desuden skyldes separationen på vingeprofilerne en ugunstig trykgradient, medens separationen ved tørrebakken er geometrisk bestemt.

Der foreligger altså en del beslægtede tilfælde, men ingen der direkte kan overføres på strømmingen langs en tørrebakkemodel, og det er derfor af interesse, selvstændigt at undersøge hvordan denne strømning opfører sig.

Nærværende rapport omhandler en sådan undersøgelse. Undersøgelsen har været opdelt i to dele. En eksperimentel del og en numerisk del. Den eksperimentelle del har væsentligt koncentreret sig om separationsboblens udstrækning, herunder indflydelsen af forkantens udformning, hastigheds- og turbulensfordelingen i strømmingen samt instabiliteten i det forskydningslag, der afløses fra forkanten. I den numeriske del har det været forsøgt at beregne strømmingen ved at løse de elliptiske strømningsligninger, men det lykkedes ikke at få beregningerne til at konvergere inden for den tid, der har været til rådighed for arbejdet.

FORSØGSOPSTILLINGER.

Vindtunnelforsøg.

Vindtunnelforsøgene er kørt i to forskellige vindtunneler, her benævnt henholdsvis den store og den lille vindtunnel.

Den lille vindtunnel. Denne vindtunnel har et tværsnitsareal i forsøgssektionen på $100 \times 100 \text{ mm}^2$. Vindtunnelens drivaggregat var, i disse forsøg med deres lave vindhastigheder, tre støvsugere, der blev reguleret med en variotransformer. Der var desuden mulighed for, at støvsugerne kunne suge luft uden om vindtunnelen, for at undgå at de kørte varme.

Lufthastigheden i forsøgssektionen kunne varieres mellem 0,3 m/s og 6,8 m/s. Hastigheds- og turbulensfordelingen i forsøgssektionen ved tre repræsentative hastigheder ses af Fig. 1.

Den store vindtunnel. Denne vindtunnel har et tværsnitsareal i forsøgssektionen på ca. $300 \times 300 \text{ mm}^2$. Vindtunnelens drivaggregat var en turbolader, der blev reguleret med en Danfoss Static Frequency Converter, type VLT5.

Lufthastigheden i forsøgssektionen kunne varieres mellem 0,4 m/s og 3,1 m/s. Hastighedsfordelingen og turbulensgraden i forsøgssektionen ses på Fig. 2.

Under indkørslen med vindtunnelen opdagedes det, at der var spidser i turbulensspektret, se Fig. 3. Ved at anbringe to P15/500 Viledon filtre i vindtunnelen, et før og et efter diffusoren, lykkedes det at udjævne den lavfrekvente del af spektret, men det viste sig ikke muligt at gøre noget ved spidsen ved 115 Hz, se Fig. 4.

Modeller. Til forsøgene blev der fremstillet modeller af aluminium. Fig. 5 viser længdetværsnit af forreste del af modellerne samt modellernes størrelse i mm. På tværs af strømmingen langs modellens overside havde modellerne samme udstrækning som de respektive vindtunneler.

Der var to grupper af modeller. Grundmodellerne (model 7 og G-modellerne) med almindeligt rektangulært tværsnit, men med for-

skelligt længde-tykkelsesforhold L/h og de modeller, hvor forkanten var udformet på forskellig måde, men hvor L/h var næsten konstant, H-, K- og R-modellerne.

Ved en forkant forstås i nærværende rapport den del af modellen, der er vist på Fig. 5. Man kan altså opfatte modellen som sammensat af en modelkrop med rektangulært tværsnit og en forkant, der kan være specielt udformet. Modelkroppens længde betegnes med L og modelkroppens tykkelse med h . Hvor forkanten havde en særlig længde, betegnes denne med l , se Fig. 5 nederst. Ved grundmodellerne kan forkanten ikke målsættes, men det er sprogligt praktisk at kunne tale om en forkant i ovennævnte betydning også i disse tilfælde.

Selve forkanten blev fremstillet med al mulig omhu. Grater på forkanten blev fjernet med en hvæssesten, så vidt muligt uden at kanterne rundedes.

Model 7 blev kun brugt i den lille vindtunnel, medens de øvrige modeller kun blev brugt i den store vindtunnel. Model 7's sideforhold var derfor væsentligt mindre end sideforholdet på de øvrige modeller med samme L/h . Ligeledes var blokeringen i vindtunnelen forskellig for de to vindtunneler. Ved den lille vindtunnel optog modellen 10% af forsøgssektionens tværsnitsareal, medens det ved den store vindtunnel kun var ca. 3%, ved et par af modellerne endda kun ca. 1%.

Modellerne blev placeret vandret midt i forsøgssektionen parallelt med forsøgssektionens akse. På grund af de lave hastigheder var det ikke muligt at rette modellerne op ud fra trykfordelingen målt langs forsøgssektionens sider. I stedet blev modellerne rettet op med vaterpas i forhold til forsøgssektionens bund. Ud fra denne opretning må det antages, at modellernes indfaldsvinkel var mindre end en halv grad i forhold til forsøgssektionens akse.

Instrumenter. Til hastigheds- og turbulensmåling samt bestemmelse af separationsområdets udstrækning brugtes DISAs hotwire-udstyr bestående af en 55A25 Miniature Hot-wire Probe, enten et 55D05 eller et 55D01 Anemometer, en 55D10 Linearizer og til at aflæse signalet et 55D30 DC-voltmeter og et 55D35 RMS-voltmeter. Frekvenser bestemtes ved at danne Lissajou figurer på en oscillo-

skopskærm, hvortil hjælpesignalet hentedes fra en Philips GM 2317 eller en Hewlett-Packard 3310A signalgenerator. Hjælpesignalets frekvens blev aflæst på en Hewlett-Packard 5245L tæller.

Ved målinger af separationsboblens udstrækning (dog ikke ved de indledende målinger i den lille vindtunnel) blev hotwire-signalet sammen med forskellige hjælpesignaler samlet op på en RC 1000 datalogger. For at få et repræsentativt signal, det vil sige et signal, hvor middelværdien for to på hinanden følgende målinger ikke afveg mere end ca. 5%, var dataloggerens to sekunders integrationstid ikke altid nok, og i stedet blev signalet midlet i en DISA 52B30 X True Integrator. Undertiden var det nødvendigt at bruge op til 20 sekunders integrationstid. Det gjalt især ved de højere Reynolds' tal, hvor der var kraftig turbulens efter separationsboblen.

Der blev udarbejdet et GIER Algol-4 program, der bearbejdede hulstrimmelen fra dataloggeren og tegnede resultaterne op på en plotter. Den del af programmet, der læste hulstrimmelen og skrev resultaterne ud, blev senere oversat til RC 4000 Algol-5. Dette program findes i appendiks I.

Hotwirens traversering. Hotwiren var således monteret, at strømningen kunne traverseres i dens lodrette symmetriplan. Hotwirens traverseringsmekanisme var ved den lille vindtunnel en mikroskop-slæde med 70 mm vandring og ved den store vindtunnel en højderidder-slæde med 200 mm vandring. Hotwiren bevægede sig vinkelret på modellens overside.

Afstanden mellem model og hotwire blev bestemt ad optisk vej, idet hotwiren blev betragtet gennem en kikkert med skala indgraveret på okkulet. Skalaen blev kalibreret ved hjælp af et 1/100 mm måleur, der var monteret på traverseringsmekanismen. Det blev derved muligt at bestemme afstanden mellem hotwire og dens spejlbillede i modellens overside og dermed afstanden mellem hotwire og model med 1/10 mm nøjagtighed.

Hotwirens afstand fra forkanten varieredes ved, at modellen blev ført vandret frem og tilbage i forsøgssektionen. Føringerne var

samme slags slæder som ved hotwires traverseringsmekanisme ved de respektive vindtunneler.

Nulpunktet for hotwires afstand fra forkanten blev fastlagt ved, at hotwiren førtes helt ned til modellen, og modellen derefter blev kørt frem mod hotwiren. Ved at sigte ned langs den forreste kant på modellen kunne nulpunktet bestemmes med $\pm 0,5$ mm som det punkt, hvor hotwiren stod lige over den forreste kant.

I den lille vindtunnel med dens korte slædevandring, skulle hotwiren flyttes ned langs vindtunnelens akse for at kunne traversere langs hele modellen. Til dette formål var der på vindtunnelen monteret 7 hotwireopspændingsbøsninger med 25 mm mellemrum. Ved den store vindtunnel var slædeføringen tilstrækkelig lang til, at hele modellen kunne traverseres uden at flytte hotwiren.

Måling af hastigheder. Kalibrering af hotwire. På grund af de lave hastigheder forsøgene udførtes ved, skete bestemmelsen af lufthastigheden i vindtunnelen og kalibreringen af hotwiren ved hjælp af den regelmæssige hvirvelafløsning fra en cirkulær cylinder, der var placeret på tværs af strømmingen.

Der er en vis usikkerhed ved denne metode, se appendiks II, og af traditionsmæssige grunde valgtes Roshkos (1954) udtryk for hvirvelafløsningsfrekvensen: n_h :

$$F = 0,212R - 4,5 \quad 50 < R < 150$$

hvor $F = n_h d^2 / \nu$, d er cylinderens diameter og ν er fluidets kinematiske viskositet. $R = U_0 d / \nu$, hvor U_0 er strømningshastigheden. Ved kalibreringen spændtes en tråd på tværs af forsøgssektionen foran hotwiren, og frekvensen af hotwiresignalet samt luftens temperatur blev målt. Luftens hastighed blev derefter beregnet ud fra ovenstående formel.

Der brugtes tråde med følgende diametre: $2,991 \pm 0,005$ mm, $1,993 \pm 0,006$ mm, $0,892 \pm 0,005$ mm, $0,5 \pm 0,005$ mm. Luftens dynamiske viskositet blev beregnet ud fra udtrykket givet af Lo et al. (1966):

$$\mu = 43,8 (0,00101T - 0,093)^{5/9} \cdot 10^{-6} \quad [\text{kg/ms}]$$

Her er T luftens absolutte temperatur i $^{\circ}\text{K}$.

Lufthastigheden blev i den lille vindtunnel bestemt 80 mm foran modellen, i den store vindtunnel 170 mm foran modellen. Ved forsøg i den lille vindtunnel blev det eftervist, at modellen skulle flyttes mellem 10 mm og 20 mm nærmere til hotwiren, før den målte hastighed ændrede sig mere end et par procent.

Det liniariserede hotwiresignal blev kalibreret, og ud fra kalibreringskurven bestemtes hastighedens middelværdi, og ud fra kalibreringskurvens hældning bestemtes turbulensgraden. Der blev kun målt den turbulensgrad, der svarede til, at luften strømmede vinkelret på hotwiren, og der blev ikke på nogen måde korrigeret for hverken probebenenes eller strømningsretningens indflydelse på hotwiresignalet, idet det ikke er muligt at fastlægge strømningsretningen med kun en hotwire.

Hotwirekorrektioner. Når hotwiren befinder sig mindre end et par tiendedele mm fra modellen, vil varmeafgivelsen fra hotwiren til modellen begynde at udgøre en væsentlig del af hotwires varmeafgivelse, Wills (1962). Modellens indflydelse kan der almindeligvis korrigeres for efter Wills målinger, men i nærværende forsøg viste det sig ikke muligt, da den beregnede varmeafgivelse fra hotwiren lå en størrelsesorden højere, end den Wills opgiver, antagelig fordi hans målinger er foretaget i et laminært grænselag, i modsætning til de målinger der er udført i dette arbejde.

For dog at være på den sikre side blev der ikke foretaget målinger i en afstand, der var mindre end 0,3 mm fra modellen, svarende til at forholdet mellem afstand og hotwireradius var større end 120. Efter Wills skulle det så ikke være nødvendigt at korrigere for modellens nærhed.

Ved meget lave hastigheder er det nødvendigt at tage hensyn til fri konvektion omkring hotwiren, men en overslagsregning efter Collis og Williams (1959) målinger viste, at det først ville være nødvendigt ved hastigheder mindre end 5 cm/sek. Der er derfor set bort fra denne effekt ved de her udførte målinger.

Vandtankforsøg.

For at få en bedre forståelse af strømningsforholdene i separationsboblen blev det besluttet, at forsøge at visualisere strømmingen i og omkring separationsboblen. Nogle tidlige forsøg med røgapparater faldt ikke godt ud, idet det viste sig meget svært at frembringe en "røgtråd", der var tynd nok til at vise detaljer i separationsboblen.

På grundlag af de resultater Schraub et al. (1965) havde opnået ved brintboblevisualiseringsmetoden, besluttedes det at forsøge at visualisere strømmingen med brintboblemetoden.

Ved denne metode placeres en model i strømmende vand, og på et passende sted i strømmingen indføres en katode (en tynd platintråd), hvor der, når katoden påtrykkes en spænding, udvikles brintbobler. Ved at tænde og slukke for strømmen dannes et kort "bobletæppe" bestående af mange små bobler, der rives af efter hinanden, og dette bobletæppe følger vandpartiklerne i strømmingen. Når bobletæpperne fotograferes med korte mellemrum, kan strømmingen bestemmes ud fra fotografierne.

Ved at variere længden af bobletæpperne og perioden mellem hvert bobletæppe kan man på fotografierne måle enten partikellinier eller sporlinier, og i princippet er det muligt at lave kvantitative målinger ved at gøre bobletæpperne tilstrækkelige små. I nærværende arbejde er bobletæpperne dog kun brugt til at visualisere strømmingen, og det viste sig, at et kontinuert bobletæppe gav det bedste resultat.

Vandtanken. Til forsøgene byggedes en vandtank på $900 \times 300 \times 500 \text{ mm}^3$ med glassider, se Fig. 6. I bunden blev lagt et 240 mm bredt slæbeplan af plexiglas, og modellen, ligeledes af plexiglas, blev så trukket oven på slæbeplanen. På den måde opnåedes det, at den frie strømning var uforstyrret, og at stagnationsstrømlinien lå fast.

Modellen. Modellen var $240 \times 200 \times 7 \text{ mm}^3$ og blev holdt nede til slæbeplanen af fire styresko, der var fastgjort i siden af modellen og ført neden under slæbeplanen. I siden af modellen var der skåret gevindhuller med 10 mm mellemrum til fastgøring

af katoden. Katoden var en $5/100^\circ$ mm platintråd, 5-10 mm lang og loddet til $1/10^\circ$ mm lakeret kobbertråd. Loddestedet blev bagefter lakeret, så kun platintråden var i kontakt med vandet.

Hele tråden var ophængt i to stænger, der var fastgjort i to holdere, en på hver side af modellen. Trådens højde over modellen kunne varieres kontinuert fra 0 til 20 mm, og holderne var således udført, at trådens afstand fra forkanten kunne varieres kontinuert fra -10 mm til +100 mm. Anoden, af snoet kobbertråd, sad på bagkanten af modellen.

Modeltrækket. Modellen blev trukket af to 5° mm messingstænger, der i den ene ende var fastgjort i modellen under slæbeplanen og i den anden ende til en slæde uden for vandtanken. Slæden blev trukket af en $1/8$ HK DC-motor via en gearudveksling og et stålband. Motorens omløbstal blev reguleret med en variabel transformator, og modellen kunne bevæge sig med en hastighed fra 3 cm/s til 22 cm/s, svarende til at Reynolds' tal lå mellem 400 og 3000.

For at bestemme modellens hastighed anbragtes to mikrokontakter ved siden af slædeføringen. Når slæden passerede kontakterne, sluttedes disse og henholdsvis tændte og slukkede for et elektrisk stopur, Jaquet type 320G med en aflæsning på $1/100$ sekund. Tiden blev målt over en strækning på 300 mm. For at undersøge hvor jævnt slæden blev trukket, indsattes en tredje mikrokontakt midtvejs mellem de to forannævnte kontakter, og tiden for gennemløb af de to målestrækninger blev målt. Ved de lave hastigheder afveg de to hastigheder med op til 3%, ved de højere hastigheder med op til 1%, idet modellen stadig accelererede. Måleubestemtheden var ca. 1%.

På grund af den store temperaturafhængighed af vands viskositet vil Reynolds' tal, under i øvrigt uændrede betingelser, variere ca. 2,5% pr. grad. Derfor blev vandet hældt i vandtanken mindst 10 timer før et eksperiments gennemførelse, og vandets temperatur blev målt før hvert forsøg. Vandets viskositet blev bestemt ud fra Mayhew og Rogers (1967).

Brintboblerne. Vandtanken blev fyldt op til mindst 200 mm over modellen, og der blev hældt ca. 0,2 gram kogsalt pr. liter vand i vandtanken for at fremme brintbobleudviklingen.

Modellen blev forsynet fra en 10 volt jævnstrømskilde. Der blev gjort forsøg med at påtrykke katoden en periodisk firkantspænding fra nul til ti volt med frekvenser varierende mellem 0,1 og 20 Hz, men med den brugte opstilling (fast kamera, lille billedfrekvens) var det ikke muligt at konstatere partikellier på fotografierne.

Brintboblernes størrelse blev bestemt til ca. 110 μm i diameter, og efter Schraub et al. svarede det til, at brintboblerne kunne følge et spring i strømningshastigheden med en tidskonstant på 0,3 ms, se appendiks III.

Efter hver kørsel blev katodenbørstet ren med en pensel. Blev det ikke gjort, blev boblekvaliteten meget hurtigt forringet.

Fotografering. Brintboblerne blev belyst fra oven. Der blev lavet en lysskakt til at sætte ned i vandtanken, og i bunden af denne lysskakt var der en $15 \times 450 \text{ mm}^2$ spalte, som lyset kunne slippe igennem og danne et smalt lysbunt på langs midt i vandtanken. Lyset kom fra en 1000 watt fotolampe, der var spændt på et stativ oven på vandtanken.

Strømningen blev fotograferet fra siden med et Robot kamera, der har en maksimal billedfrekvens på 5 billeder pr. sekund. Kameraet stod fast i en afstand af 900 mm fra vandtankens midtplan og fotograferede de sidste 400 mm af modellens bevægelse.

Kameraet blev styret af en knastskive med et udskifteligt antal knaster. Knastskiven sad på en DC-motor med variabelt omløbstal. Knastskivens omløbstid blev målt med et elektrisk stopur med en aflæsning på 1/100 sekund, Jaquet type 310. Ubestemtheden på billedfrekvensen var 6-7%.

Fotografierne blev projiceret op på en skærm, hvor afbildningen af modellen var ca. tre gange større end modellen. Som referencelængde for udmålingen på fotografiet brugtes gevindhullerne på siden af modellen, idet der blev taget hensyn til, at gevindhullerne ikke lå i samme plan som brintboblerne, se appendiks IV.

BESTEMMELSE AF SEPARATIONSBOBLENS LÆNGDE.

Forsøgenes udførelse.

Vindtunnelforsøg. For at bestemme rekolleringsområdets beliggenhed førtes hotwiren langs modellens overflade i en fastholdt afstand fra modellens vandrette symmetriplan, og hotwiresignalet aflæstes.

Teoretisk skulle hotwiresignalet middelværdi gå mod nul, hvor strømmingen rekollerede, men på grund af turbulensen var middelværdiens mindsteværdi forskellig fra nul. Ved at optegne hotwiresignalet som funktion af afstanden fra modellens forkant og optegne den med X-aksen symmetriske kurve, se Fig. 10, skulle det være muligt at fastlægge rekolleringsområdet nogenlunde ved at tegne en blød overgangskurve mellem de to kurver. Den derved fremkomne kurve antages da at være repræsentativ for den kurve, der svarer til hotwiresens middelsignal, og kurvens skæringspunkt med X-aksen må derfor svare til rekolleringslinien.

Ved nogle målinger, se f.eks. Fig. 18, var hastigheden konstant (et plateau) over en længde på ca. en pladetykkelse et stykke fra forkanten. Fra laminære separationsbobler vides det, at trykket målt på overfladen af modellen er konstant over et langt stykke af separationsområdet, og at det derefter stiger relativt hurtigt i nærheden af rekolleringsområdet, Tani (1964), Gaster (1966), så det kunne tænkes, at rekolleringsområdet i nærværende målinger først kom efter området med konstant hastighed. Ved størsteparten af målingerne fandtes dog intet plateau, så plateauet er ikke tilstrækkeligt til at bestemme rekolleringsområdet med.

Ved de indledende målinger blev det ikke anset for nødvendigt at kalibrere hotwiren, da det var separationsområdet længde, der var af interesse, og da de målte hastigheder ofte var uden for kalibreringsområdet, se f.eks. Fig. 11. Ved de senere målinger med H2-modellen, blev hotwiren kalibreret.

Ved de højere Reynolds' tal var det muligt at fastlægge separationsboblens længde visuelt ved at indføre en vimpel, det vil

sige en meget tynd tvisttråd, i nærheden af modellen. Ved at føre tråden frem og tilbage langs modellen, kunne man på tråden se, hvilken vej luften strømede.

Det blev forsøgt at visualisere rekolleringsområdet ved at smøre tyndtflydende olie på modellens overside, men der kom ingen spor i olien fra den forbistrømmende luft, formodentlig på grund af de lave hastigheder.

I den lille vindtunnel blev der foretaget forsøg i et hastighedsområde, svarende til at Reynolds' tal lå mellem $Re_h = 400$ og $Re_h = 4300$. I den store vindtunnel blev der foretaget forsøg i et hastighedsområde, svarende til at Reynolds' tal lå mellem $Re_h = 170$ og $Re_h = 2000$, se tabel I.

Tabel I.

Model	l/h	Re_h						
G1	--	2000	1600	1200	900	580	440	260
G2	--	360	240	180				
G3	--	770	610	460	350	230	170	
G4	--	1900	1600	1200	900	570	450	
H1	1,64	2000	1600	1200	900	590	450	260
H2	0	2000	1200	460				
H2	0,48	2000	1600	1200	900	620	460	270
H2	0,98	2000	1600	1200	900	620	450	280
H2	1,96	2000	1600	1200	900	600	460	
H2	2,93	2000	1600	1200	900	600	450	
K1	1,63	1900	1600	1200	900	570	430	
R1	0,5	2000	1600	1200	900	590	440	260

Oversigt over udførte forsøg i den store vindtunnel.

$Re_h \equiv U_0 h / \nu$. Den karakteristiske længde i Reynolds' tal blev valgt til at være modelkroppens tykkelse, idet separationsboblen formodedes først og fremmest at være et forkantfænomen. Modelkroppens længde ville derfor ikke være den rette karakteristiske længde.

Vandtankforsøg. For at bestemme rekolleringsområdet gennemførtes forsøg hvor katoden var placeret i forskellige positioner ned langs modellen, ca. 0,5 mm fra modellens overflade. Ved at undersøge hvilken vej brintboblerne strømmede, kunne rekolleringsområdet fastlægges.

På grund af de hvirvler, der afløstes fra forkanten (se senere), bevægede brintboblerne sig ikke stationært til en af siderne i rekolleringsområdet, men svingede frem og tilbage. Et meget tydeligt eksempel på dette ses på Fig. 7. Området mellem de to sorte streger er modellen, og de sorte flader oven over er brintboblerne *. De angivne koordinater på dette og på senere brintboblebilleder er koordinaterne til katoden. Det ses, at brintboblerne lige var færdige med at bevæge sig medstrøms (til højre) og var begyndt at bevæge sig opstrøms. Nogle sekunder senere havde de atter bevæget sig medstrøms, og strømningsbilledet kunne gentage sig.

På grund af disse svingninger kan man ikke tale om en rekolleringslinie, men må snarere tale om et rekolleringsområde. For $Re_h > 2600$ var det dog ikke muligt at se nogen svingninger, og da det er almindeligt at tale om rekolleringslinier ved laminære separationsbobler ved høje Reynolds' tal, er det muligt, at et bredt rekolleringsområde er noget særegent for lave Reynolds' tal.

Forsøgsresultater.

Rekolleringsbestemmelse. Grundmodeller. Fig. 8 viser resultaterne af rekolleringsbestemmelsen i den lille vindtunnel. x_r er afstanden fra modelkroppens forkant til rekolleringsområdets midte, htw er en forkortelse for hotwire. Stregerne gennem vimpelmålingernes signaturer angiver de omtrentlige grænser for rekolleringsområdet.

Det ses, at ved de fleste Reynolds' tal er der stor forskel mellem de to metoder til at bestemme rekolleringsområdet, men at

*Af reproduktionshensyn vises originalerne af brintboblefotografierne ikke. De originale negativer er i udsnit kopieret over på en grafisk film, der dernæst er kopieret på hårdt fotopapir. Ved denne metode går de finere detaljer tabt, men samtidigt fremhæves det væsentlige.

begge metoder giver omtrent konstant x_r/h for $Re_h > 1600$. For $Re_h < 1600$ flytter rekolleringsområdet sig medstrøms efterhånden som Reynolds' tal aftager. For $Re_h = 400$ er x_r/h omtrent den samme efter begge metoder.

I den store vindtunnel er der foretaget forsøg med grundmodellen med forskellige længde-tykkelsesforhold, modellerne G1 til G4. Resultaterne af målingerne ses på Fig. 9.

Som hovedregel er x_r/h den samme for både G1, G3 og G4, så længe $Re_h > 800$, men for $Re_h < 800$ gør bagkanten sin indflydelse gældende for G4-modellen. For G1 og G3 er x_r/h omtrent ens for alle de Reynolds' tal, hvor der kunne detekteres et rekolleringsområde på G3-modellen. Lige som ved den lille vindtunnel er x_r/h omtrent konstant for de højere Reynolds' tal. Sammenlignet med forsøgene fra den lille vindtunnel er x_r/h noget større ved forsøgene i den store vindtunnel, hvor vindtunnelens indflydelse er mindre.

Det ses, at der også i den store vindtunnel er stor forskel mellem de to metoder til at bestemme rekolleringsområdet, men at der også her for G1-modellen er bedre overensstemmelse ved de lavere Reynolds' tal end ved de højere. Det bemærkes, at bestemmelsen af rekolleringsområdet ud fra hastighedsplateauet på nogle af G1-model forsøgene stemmer ganske godt overens med vimpelmålingerne.

Til sammenligning med vindtunnelmålingerne er på Fig. 9 indtegnet dels vandtankmålinger og dels stofovergangsmålinger, de sidste lavet af Danckwerts & Anolick (1962) og Sørensen (1966). Disse målinger stemmer på det nærmeste overens med hotwiremålingerne; dog undtaget de helt lave Reynolds' tal, hvor vandtank- og stofovergangsmålingerne, Sørensen (1966), stemmer overens, men hvor disse målinger stemmer meget dårligt med både hotwire- og vimpelmålingerne.

Vandtankmålingerne blev udført helt op til $Re_h = 3100$. For $1800 < Re_h < 3100$ svingede x_r/h tilfældigt mellem 1,5 og 2,5.

Rekolleringsbestemmelse. Øvrige modeller. Det er almindeligt kendt, at separationsområdet bag en cirkulær cylinder kan stabiliseres ved at indføre en tynd plade bag cylinderen parallelt med hovedstrømningsretningen, se f.eks. Roshko (1954) eller Grove et al. (1964).

Denne effekt gav anledning til at undersøge, om man ved en passende udformning af modellens forkant kunne styre separationsboblens beliggenhed i forhold til modelkroppen. Der blev derfor fremstillet modeller med forskellige forkanter, se Fig. 5, og separationsboblens længde blev bestemt både ved hjælp af hotwiremetoden og vimpelmetoden.

Det viste sig, at separationsboblen kun i få tilfælde lå på modelkroppen. Ved de fleste hastigheder og ved de vigtigste forkantudformninger lå separationsboblen på forkanten, og hotwiresignaler målt på forkanten udviste samme karakteristiske træk som hotwiresignalerne målt i separationsboblen på grundmodellerne; det vil sige et dødvande forrest på forkanten og kraftig turbulens bagest.

Ud fra målingerne kunne delestrømlinien, det vil sige den strømlinie, der adskiller den recirkulerende strømning fra den ikke-recirkulerende, ikke fastlægges. Det vides således ikke, om delestrømlinien netop ramte forreste kant af modelkroppen på H- og K-modellerne.

De tilfælde, hvor separationsboblen kunne vises at ligge på modelkroppen, er vist på Fig. 9. Det drejer sig om model R1 ved de højere Reynolds' tal, men ikke ved de lavere og model H2 ($l/h = 0,48$) ved de fleste Reynolds' tal.

Det bør bemærkes, at selv om der var stor forskel mellem de to metoders bestemmelse af separationsboblens længde, var der ingen forskel i deres bestemmelse af, om separationsboblen lå på forkanten eller på modelkroppen.

Sammenligning af måleresultater. På Fig. 10 til Fig. 34 er vist et udvalg af de hotwiremålinger, der er foretaget i den store vindtunnel. Bemærk, at det på figurerne skrevne Reynolds' tal Re er identisk med det tidligere definerede Reynolds' tal Re_h .

Fig. 10 til Fig. 17 viser nogle af de indledende målinger ved to forskellige Reynolds' tal: $Re_h = 2000$ og $Re_h = 580$. Modelkroppens dimensioner var omtrent de samme ved forsøgene, men forkanterne var forskellige. Separationsområdet ses meget tydeligt på G1-målingerne, medens der ikke kan påvises noget separationsområde på H1- og K1-målingerne. På R1-målingerne ses separation ved det høje Reynolds' tal, men ikke ved det lave. De hastighedsmaksima, der ses ved H1-, K1- og R1-målingerne, skyldtes, at det var afstanden mellem hotwiren og modellens symmetriplan, der holdtes konstant, og ikke afstanden mellem hotwire og model.

Da H1-forkanten er den letteste at fremstille og derfor den mest interessante set fra et praktisk synspunkt, besluttedes det at fremstille en model med variabel forkantlængde for at undersøge, hvor lang forkanten skulle være for at undgå separation på modelkroppen.

Fig. 18 til Fig. 26 viser for tre forskellige Reynolds' tal: $Re_h = 2000$, $Re_h = 1200$ og $Re_h = 450$, hvordan en øgning af forkantens længde fra nul over 0,48 til 0,98 gange modelkroppens tykkelse får separationsområdet til at "flytte" sig fra modelkroppen til forkanten. Det ses, at ikke alene flyttes separationsområdet, men for $l/h = 0,98$ er hastigheden nær ved modelkroppens overflade relativ høj fra forreste kant og bagud. Hastigheden er her af samme størrelse som de hastigheder, der iagttages ved de to andre forkantlængder et stykke efter separationsboblen.

Fig. 27 til Fig. 32 viser for $l/h = 1,96$ og $l/h = 2,93$ og i hvert tilfælde for tre forskellige Reynolds' tal: $Re_h = 2000$, $Re_h = 1200$ og $Re_h = 450$, at de relative hastigheder er omtrent de samme som for $l/h = 0,98$. Separationsområdet ligger på forkanten, og den relative hastighed langs modelkroppen er ved de større l/h af samme størrelse som for $l/h = 0,98$.

Ved at sammenligne Fig. 33 med Fig. 10 ses det, at for $Re_h = 2000$ er separationsområdets udstrækning og hastighederne målt ved modellens overflade de samme, selv om L/h i første tilfælde

er 5,0 og i andet tilfælde 15,3. Derimod ses det ved at sammenligne Fig. 34 med Fig. 24, at for $Re_h = 450$ har længde-tykkelsesforholdet indflydelse på hastighederne ved forkanten af modellen.

TRAVERSERING AF STRØMNINGEN.

Vindtunnelforsøg.

Hastigheds- og turbulensfordelingen. Det blev besluttet at bestemme hastigheds- og turbulensfordelingen langs modellen, dels for at få et bedre indblik i strømningsforholdene og dels for om muligt at bestemme rekolleringsområdet på denne måde. Forsøgene blev udført i den lille vindtunnel med model 7 ved tre forskellige Reynolds' tal: $Re_h = 3200$, $Re_h = 1900$ og $Re_h = 380$, og resultaterne ses på Fig. 35 til Fig. 40.

På figurerne er foroven indtegnet øverste begrænsning af forsøgssektionen, forneden modellen og hen langs modellen traverseringslinierne. Y er afstanden fra symmetriplanen målt i halve modeltykkelser. Hastigheds- og turbulensskalaerne er vist nederst på figurerne. U er den målte hastighed, U_0 er fristrøms hastigheden og T_0 er turbulensgraden i forhold til fristrøms hastigheden. De steder, hvor der kan være tvivl om, hvorfra de enkelte målepunkter er afsat, er der over de respektive traverseringslinier sat de tilsvarende målepunkters signatur.

På grund af den kraftige turbulens i bageste del af separationsområdet, den var i nærheden af modellens overflade af samme størrelsesorden som middelhastigheden, var det ikke muligt at se noget tilbageløb i separationsområdet, f.eks. ved at middelhastigheden nær ved modellens overflade skulle være større end middelhastigheden et stykke fra modellen. Derfor var det ikke muligt ud fra middelhastighedsmålingerne at bestemme rekolleringsområdet bedre ved denne metode end ved de to andre metoder. For $Re_h = 3200$ og for $Re_h = 1900$ ses det dog, at rekolleringsområdet befandt sig mellem resultaterne fra de to andre metoder, medens hastighederne var for små for $Re_h = 380$ til at bestemme rekolleringsområdet.

På grund af den store hastighedsgradient på tværs af det separerede grænselag skete her en kraftig produktion af turbulens. Ved at betragte turbulensmålingerne ses tydeligt beliggenheden af det separerede grænselag (forskydningslaget), og det ses også, at produktionen i forskydningslaget var væsentlig større end produktionen inde ved overfladen.

Det ses ligeledes, at turbulensmaksimumet ligger et stykke fra modellen i modsætning til turbulensmaksimumet i turbulente grænselag langs tynde, plane plader, hvor maksimumet ligger tæt ved overfladen, Klebanoff (1955). Diffusionen af turbulensen fra forskydningslaget sker altså så langsomt, at turbulensfordelingen selv ved bagkanten af modellen ikke ligner turbulensfordelingen i et turbulent grænselag langs en plan plade.

Integrale hastighedsprofilparametre. Ud fra de målte hastighedsfordelinger er fortrængningstykkelsen δ_* :

$$\delta_* = \int_0^{y_1} \left(1 - \frac{U}{U_1}\right) dy$$

bevægelsesmængdetabstykkelsen θ :

$$\theta = \int_0^{y_1} \frac{U}{U_1} \left(1 - \frac{U}{U_1}\right) dy$$

og formfaktoren H :

$$H = \delta_*/\theta$$

beregnet. U_1 er hastigheden lige uden for grænselaget, y_1 er den dertil svarende afstand fra modellen. Integralerne er beregnet med en modificeret Simpson regel, Fröberg (1966).

Resultaterne er vist på Fig. 41. Langs selve separationsboblen ses det af Fig. 35, Fig. 37 og Fig. 39, at der ikke var noget veldefineret U_1 , idet hastigheden var stadigt aftagende fra oversiden af separationsboblen og op til vindtunnelsiden. Først efter separationsboblen var strømmingen så vel udviklet, at U_1 med sikkerhed kunne bestemmes.

De på Fig. 41 viste sinusagtige svingninger på fortrængningstykkelseskurverne skyldes udviklingen af hastighedsprofilerne i separationsboblen. Værdierne af δ_* langs separationsboblen viste sig yderligere at være meget afhængig af det valgte U_1 , og da den fysiske betydning af de integrale hastighedsprofilparametre er tvivlsom for recirkulerende strømninger, kan der derfor ikke tillægges denne del af kurverne megen vægt.

Minimumet i δ_* for $Re_h = 1900$ ved $x/h = 7$ skyldes en retarding i strømmingen halvvejs ude i grænselaget, se Fig. 42. Det er ikke lykkedes at finde nogen forklaring på dette fænomen.

Bevægelsesmængdetabstykkelserne fremkommer ved separationsboblerne som en lille differens mellem to tal, hvilket, foruden at gøre resultatet meget afhængigt af det valgte U_1 , også medfører, at det beregnede θ kan blive negativt, som det ses på Fig. 41.

For de tre strømningstilfælde gælder det, at tilfældene $Re_h = 3200$ og $Re_h = 1900$ er omtrent ens hvad angår grænselagsparametre, medens strømmingen for $Re_h = 380$ afviger en del i forhold til de to andre. Det ses ligeledes af udviklingen af grænselagsparametrene hen langs modellen, at med så kort en model, som der her er målt på, har grænselaget ikke udviklet sig til et turbulent grænselag med voksende grænselagstykkelser svarende til det turbulente grænselag langs en plan plade.

Vandtankforsøg.

Traversering af separationsboblen. For at sammenligne med hot-wiremålingerne traverseredes separationsboblen med katoden, for om muligt at se sporlinier i separationsboblen. Der valgtes et Reynolds' tal på $Re_h = 1900$, da det først og fremmest var den turbulente strømning, der havde interesse, og det højere Reynolds' tal ($Re_h = 3200$) var for stort til at kunne frembringes i vandtanken.

Det viste sig dog, at selv ved det valgte Reynolds' tal var det ikke muligt at se sporlinier inde i separationsboblen på grund af den kraftige turbulens. På Fig. 43 ses fire fotografier, hvor x/h er den samme, men hvor y/h øges fra 0,04 til 0,46. De to nederste sorte streger er undersiden af slæbeplanen, stregen lige over er oversiden af slæbeplanen. Oven over denne streg ses nogle klatter parallelt med stregerne. Det er overfladen af modellen. De sorte flader er brintboblerne. Den hvide flade, der afbryder brintboblefladen, er katodeholderen.

Ved de to lave y/h ses det, hvordan brintboblerne fyldte separationsboblen ud foran katoden, så det ikke var muligt at se nogen sporlinier, medens der næsten ikke diffunderede nogen brintbobler medstrøms. Ved de to høje y/h bevægede brintboblerne sig medstrøms, men dog stadig uden at sporlinierne kunne følges.

Kun ved oversiden af separationsboblen var det muligt at følge sporlinierne, og resultatet heraf ses på Fig. 44. Da strømmingen ikke var stationær, er en enkelt sporlinie ikke nok til at sige noget om partikelbanerne, men ved at betragte de sporlinier der udgår fra samme katodekoordinat, fås en fornemmelse af, hvordan strømmingen opførte sig i yderkanten af separationsboblen.

De tre ovale områder, der er tegnet på figuren, angiver de omtrentlige grænser for de brintboblekoncentrationer, der dannedes i de enkeltstående hvirvler, som afløstes fra forkanten (se næste afsnit). Det ses, at disse hvirvler bevægede sig medstrøms i overkanten af separationsboblen. Det ses også, at selve hvirvlerne diffunderede bort i rekolleringsområdet, omend rotationen kunne spores efter rekolleringsområdet.

Der er optegnet en enkelt sporlinie inde i separationsboblen og nogle få i rekolleringsområdet, nærmest for at vise hvor kompliceret strømmingen var i disse strømningsområder. Yderligere er med små pile angivet den retning, som brintboblerne hovedsageligt fulgte de steder, hvor turbulensen var for kraftig, til at der kunne ses egentlige sporlinier.

Til sammenligning med hotwiremålingerne er indtegnet hastigheds- og turbulensfordelingen fem steder langs modellen. Det må huskes, at ved hotwiremålingerne har der kun været ca. 4,5 modeltykkelser fra modellen til vindtunnelens begrænsning, medens der var ca. 15 modeltykkelser mellem vandtankmodellen og den frie overflade. Det er derfor sandsynligt, at de viste maksima i turbulensfordelingen skal flyttes opad, formodentlig så de falder sammen med hvirvlerne. Det vil også være mest sandsynligt, at hvirvlernes bane faldt sammen med forskydningslaget, idet rotationen her var relativt stor.

FORSKYDNINGSLAGETS INSTABILITET.

Som det ses af Fig. 35, Fig. 37 og Fig. 39, har hastighedsfordelingen et vendepunkt i forskydningslaget, og det må derfor forventes, at forskydningslaget ikke er stabilt. Lessen (1950) viste, at et frit laminært grænselag mellem to parallelle strømninger er væsentligt mere instabilt end det laminære grænselag langs en plan plade, og senere har Michalke & Freymuth (1966) vist, hvordan rotationen i et frit grænselag koncentrerer medstrøms i enkelthvirvler.

Nu afviger det frie grænselag fra forskydningslaget ved, at det frie grænselag er en retliniet strømning, medens strømlinierne langs en separationsboble er krumme. Brown (1959) og Rannacher (1969) har dog ved visualisering af en separationsboble langs et vingeprofil vist, hvordan forskydningslaget her ruller op i hvirvler, så selv om separationen er geometrisk bestemt i nærværende forsøg, må det forventes, at der optræder svingninger og hvirvler i overkanten af separationsboblen.

Vindtunnelforsøg.

Forsøgene til bestemmelse af hvirvelfrekvenserne blev foretaget i den lille vindtunnel med model 7. Når hotwiren førtes i en bane langs modellens overflade, en bane der i nærheden af forkanten svarede til den bane forskydningslaget fra forkanten fulgte og efter separationsboblen nærmest i overkanten af hele grænselaget, kunne der måles en opståen og en udjævning af en for Reynolds' tal karakteristisk frekvens i hotwiresignalet. Et udsnit af de fundne svingninger ses på Fig. 45, og de dertil svarende koordinater, hvor målingerne blev foretaget, ses på Fig. 46.

De enkelte målekoordinater blev valgt således, at hotwiren var ført tilstrækkeligt langt tilbage fra modellens forkant, til at svingningerne fremtrådte klart i forhold til den tilstedeværende støj på hotwiresignalet. For de højere Reynolds' tal måtte hotwiren heller ikke føres for langt tilbage, da signalet så gik over til almindeligt turbulent signal uden specifikke frekvenser. Frekvenserne af disse svingninger blev målt

på den måde, at hotwiresignalet blev affotograferet fra oscilloskopskærmen, og negativet derefter blev forstørret, således at en inddeling på skærmen svarede til ca. 30 mm på forstørrelsen.

Det ses på Fig. 45, at svingningerne ikke var særlig regelmæssige, og at de for højere Reynolds' tal optrådte i pakker.

Frekvenserne blev målt som funktion af Reynolds' tal, og resultaterne vises på Fig. 47, hvor det ses, at det dimensionsløse frekvenstal nh/U_0 , hvor n er frekvensen, var en voksende funktion af Reynolds' tal. Spredningen på de enkelte gennemsnit er ca. 10% til 15%.

Da svingningerne optrådte i pakker, undersøgtes det for tre forskellige Reynolds' tal: $Re_h = 3200$, $Re_h = 1900$ og $Re_h = 380$, hvordan disse pakker udviklede sig langs modellen. Fig. 48, Fig. 49 og Fig. 50 viser forløbet af svingningspakkerne, og Fig. 51 viser målekoordinaterne for de tre strømningstilfælde sammen med udsnit af turbulensfordelingen langs modellen.

Ved de to høje Reynolds' tal ses det, hvordan svingningspakkerne bredte sig ned langs modellen for til sidst at blive til turbulens. Ved det lave Reynolds' tal holdt svingningerne sig derimod med samme frekvens helt hen til bagkanten af modellen.

Målekoordinaterne blev valgt i overkanten af grænselaget, så godt det kunne bestemmes ved at betragte hotwiresignalet midelværdi, og det gjalt for de to høje Reynolds' tal, at svingningerne ikke kunne findes længere nede i grænselaget.

For $Re_h = 3200$ blev der foretaget 18 målinger. Det var derfor rimeligt at bestemme et gennemsnit af den frekvens, som svingningspakkerne optrådte med. Kaldes frekvensen n_1 , blev $n_1 h/U_0 = 0,06$ med en standardafvigelse på næsten 50%. Dette dimensionsløse frekvenstal ligger altså en størrelsesorden under de egentlige svingningers frekvenstal. Noget tilsvarende gjorde sig gældende for de færre målinger for $Re_h = 1900$.

Vandtankforsøg.

Ved visualiseringen af strømningen viste det sig allerede under de indledende eksperimenter, at når katoden var nær ved forkanten, rullede brintbobletæppet sig op i hvirvler, som efter at have nået en hvis størrelse bevægede sig ned langs modellen, se Fig. 52 og Fig. 53. Det ses på Fig. 52, hvordan hvirvlerne rullede sig op, bevægede sig ned langs modellen, og hvordan de efterhånden blev større og mere udflydende for til sidst at diffundere væk. Det ses også, at hvirvlerne holdt sig længst ved de lave Reynolds' tal og kun meget kort ved de højere Reynolds' tal.

På Fig. 53 ses det, hvordan brintboblerne fordelte sig i hvirvlerne afhængig af katodens position i forhold til forskydningslaget. Ifølge Michalke & Freymuth (1966) skulle billederne også vise, hvordan rotationen i forskydningslaget fordelte sig, idet linier med konstant rotation og sporlinier næsten dækker hinanden.

På Fig. 44 er indtegnet nogle hotwiremålekoordinater ved frekvensbestemmelsen fra forsøgene i den lille vindtunnel. På grund af den store blokering i vindtunnelen må det antages, at målepunkterne skal ligge højere oppe i forhold til sporlinierne, men det var alligevel nærliggende at antage, at frekvenserne målt i vindtunnelen skulle svare til hvirvelfrekvenserne målt i vandtanken.

Af fotografierne fra vandtankforsøgene kunne hvirvelfrekvenserne bestemmes under forudsætning af, at hvirvlerne bevægede sig med konstant hastighed, og at denne hastighed var lig med fristrømhastigheden. Når afstanden mellem to hvirvler kunne måles på fotografiet, kunne frekvensen beregnes, og resultaterne ses på Fig. 47. Det viste sig, at spredningen var meget stor; så stor, at målepunkterne ligger jævnt fordelt inden for de tegnede "kasser" på Fig. 47.

I enkelte tilfælde var det muligt at følge hvirvlerne fra fotografi til fotografi og på denne måde bestemme de enkelte hvirvlers hastighed og deres indbyrdes afstand. Disse målepunkter er

også indtegnet på Fig. 47. Ved de forsøg, hvor de enkelte hvirvler kunne følges, varierede hvirvlernes konvektionshastighed fra 0,5 til 0,9 gange fristrømhastigheden.

Forudsættes det, at hvirvlernes konvektionshastighed i alle vandtankforsøgene var mindre end fristrømhastigheden, vil de beregnede frekvenser være mindre (10% - 50%) end frekvenserne udregnet på grundlag af fristrømhastigheden. Det vil medføre en bedre overensstemmelse mellem frekvenser bestemt ved vandtankforsøgene og frekvenser bestemt ved vindtunnelforsøgene.

Ved nærmere undersøgelse af fotografierne viste det sig, at hvirvelafstanden ikke var konstant, og at hvirvelafløsningen ikke skete samme sted langs modellen på hvert fotografi ved samme Reynolds' tal. Det viste sig også på nogle fotografier, at hvirvlerne var så kraftige, at de influerede på hinandens bevægelse. Fig. 54 viser, hvordan to hvirvler B og C rullede sammen, og Fig. 55 antyder, at noget tilsvarende var ved at ske der.

SEPARATIONSBOBLEPULSATIONER.

Som tidligere omtalt under rekolleringsbestemmelserne bevægede brintbobletæppet sig ikke konstant til en af siderne i rekolleringsområdet, men stod og svingede frem og tilbage. På grund af forsøgsopstillingen var det ikke muligt at fastlægge svingningsfrekvensen n_2 særligt nøjagtigt, men i tre forskellige tilfælde målttes følgende frekvenser:

Reh	$n_2 h/U_0$
1400	0,10
900	0,15
460	0,24

Ved at sammenligne med Fig. 47 ses det, at for de to høje Reynolds' tal var $n_2 h/U_0$ væsentligt mindre, end de frekvenser, der blev målt på ydersiden af separationsboblen. $n_2 h/U_0$ var derimod af samme størrelsesorden som den svingningspakkefrekvens, der blev omtalt på side 23.

Ved at sammenligne med visualiseringsfotografierne på Fig. 52 og Fig. 53 ses det, at ved de lave Reynolds' tal var hvirvlernes udstrækning af samme størrelsesorden som separationsboblens højde, medens de ved de høje Reynolds' tal var væsentlig mindre. Ved de lave Reynolds' tal må det altså formodes, at separationsboblen stod og pulserede med samme frekvens som hvirvelfrekvensen svarende til, at $n_2 h/U_0 \approx nh/U_0$, og at der ikke optrådte svingningspakker.

Ved de højere Reynolds' tal kan der derimod ikke siges noget, om hvad der drev eventuelle pulsationer, men antages det, at separationsboblen stod og pulserede, forklares derved de målte svingningspakker ved vindtunnelforsøgene, idet hotwiren da har været placeret i udkanten af separationsboblen og derfor på grund af pulsationerne undertiden for langt fra hvirvlerne til at de kunne detekteres. Det bør bemærkes, at Gaster (1966) har målt lignende svingningspakker ved lange separationsbobler, og at han henværte det til, at forskydningslaget stod og svingede.

OMSLAG.

Ved at sammenligne Fig. 43 med Fig. 56 og Fig. 57 ses det, at ved det høje Reynolds' tal spillede turbulensen en afgørende rolle, medens strømmingen ved de to lave Reynolds' tal var styret af viskositeten. Når brintboblerne steg op gennem separationsboblen på Fig. 57, må årsagen være, at brintboblernes opdriftshastighed var større end konvektionshastigheden i separationsboblen. Betragtes Fig. 52c ses det, at allerede ved $Re_h = 1000$ var turbulensen den afgørende faktor, medens Fig. 52b viser, at for $Re_h = 610$ havde hvirvlerne nok mistet deres laminære udseende, men de var ikke diffunderet ud til turbulens. Det kan altså siges, at strømmingen langs modellen skiftede karakter fra laminær strømning til turbulent strømning for $600 < Re_h < 1000$.

Det er velkendt, at et turbulent separeret grænselag har større tilbøjelighed til at rekollere mod en overflade på grund af indfangningen (entrainment) end et laminært separeret grænselag, og da strømmingen skiftede karakter for $Re_h \approx 800$, måtte det medføre en større separationsboblelængde ved den laminære strømning end ved den turbulente. Som det da også ses af Fig. 9, havde separationsboblen konstant længde for $Re_h > 1000$, medens længden øgedes kraftigt for aftagende Reynolds' tal mindre end 800.

Det bør bemærkes, at ved traverseringen af strømmingen for $Re_h = 380$ målttes en kraftig turbulens (Fig. 40), men ud fra visualiseringen af strømmingen må det antages, at denne turbulens skyldtes de laminære hvirvler, der fortsatte ned langs modellen.

TREDIMENSIONALITET.

Der er ikke lavet egentlige undersøgelser over eventuelle variationer på tværs af strømmingen, langs modellen, men ved at betragte iltudviklingen fra bagkanten af modellen under tilbagekørslen i vandtankforsøgene, kunne der ses en nærmest bølget variation på tværs af strømmingen i forskydningslagets afstand fra modellen. Reynolds' tal var ved tilbagekørslerne mellem 600 og 1000.

GRÆNSELAGSMODEL FOR R1-MODELLEN.

Med undtagelse af R1-modellen er det ikke muligt at udregne en antagelig potentialstrømning for modellerne. Ved hjælp af Schwarz & Christoffel transformationen, Milne-Thomson (1960), kan man godt beregne hastighedsfordelingen omkring en halvuelig plade med endelig tykkelse, men hastigheden ved de konvekse hjørner vil være uendelig.

Derimod er det muligt at beregne potentialstrømningen omkring et halvuendeligt legeme, der tilnærmet har samme forkant som R1-modellen ved hjælp af de almindelige potentialberegningssmetoder og dernæst ved grænselagsberegningssmetoder at bestemme separationslinien.

Der er udviklet et program*, som ud fra en given fordeling af dipoler, kilder og dræn langs X-aksen, kan bestemme legemets koordinater og hastighedsfordelingen langs legemets overflade, se appendiks V.

Ved hjælp af programmet er beregnet et legeme, der tilnærmet har samme forkant som R1-modellen, se Fig. 58. På grund af det spring der er i krumningsradius, hvor forkanten og modelkroppen støder sammen, er det ikke muligt at beregne et legeme med nøjagtig samme kontur som R1-modellen. Ved passende valg af dipoler, kilder og dræn lykkedes det at beregne et legeme, hvis tykkelsesvariation ved forkanten ikke afveg mere end -4% fra R1-forkantens tykkelsesvariation, og hvis tykkelse langs modelkroppen ikke afveg mere end $\pm 1\%$ fra R1-modelkroppens tykkelse. Hastighedsfordelingen svarende til det beregnede legeme ses på Fig. 59.

Ud fra den beregnede hastighedsfordeling og ved hjælp af Thwaites (1949) grænselagsmetode beregnedes bevægelsesmængdetabstykkelsen langs legemets overflade, og den laminære separationslinie bestemtes. Separationen skete ved $x/h = 0,51$, kort efter hastighedsmaksimumet. Tilfældigvis blev det opdaget, at ved de simple

*Programmet er udviklet i samarbejde med lektor J. Tejlgaard, Afdelingen for Fluid Mekanik.

grænselagsberegninger er det ikke muligt at bestemme separationslinien som funktion af Reynolds' tal, se appendiks VI, og da der ikke blev målt separation ved alle forsøg med R1-modellen, må grænselagsmodellen siges at være for grov til at beskrive strømmingen omkring dette legeme.

BEREGNINGER.

Indledning.

På grund af separationsboblen er det ikke muligt at beregne strømmingen omkring modellerne ved hjælp af de almindelige grænselagsberegninger. I separationsboblen er hastighederne langs modellen og på tværs af modellen af samme størrelsesorden, så de simplifikationer, der gøres for at reducere strømningsligningerne til paraboliske ligninger, kan ikke bruges her; i stedet må de elliptiske strømningsligninger benyttes.

Der er tidligere gjort forsøg på at løse de laminære elliptiske strømningsligninger ved lave Reynolds' tal (f.eks. Thom (1933), Burggraf (1966)), men ved høje Reynolds' tal blev løsningsmetoderne enten ustabile eller uoverkommelige.

Det har dog vist sig, at ved at bruge opstrømsdifferenser i stedet for centrale differenser ved beregningerne øges stabiliteten væsentligt, og regnetiden nedsættes samtidigt, Runchal og Wolfshtein (1966). Ved yderligere at modificere beregningsmetoderne er det nu muligt også at regne på stationære, recirkulerende strømninger med variable stofegenskaber, Gosman et al. (1969).

Nærværende strømningstilfælde er, som det fremgår af de foregående afsnit, ikke stationære, men for at kunne regne på strømningerne må det forudsættes, at middelstrømmingen er stationær. Det skulle i så fald være muligt at beregne en strømning svarende til de målte ved hjælp af metoderne fra Gosman et al. og dernæst sammenligne de målte resultater med de beregnede resultater.

Desværre er det ikke lykkedes at gennemføre beregningerne i den tid, der har været til rådighed, så her skal kun kort gennemgås, hvad der er gjort for at løse problemet.

Ligningssystemet.

En omhyggelig gennemgang af ligningssystemet og løsningsmetoden findes hos Gosman et al., og skal derfor ikke gentages her, men derimod bringes en oversigt over de ligninger,

der er brugt. Det forudsættes, at strømmingen er stationær, todimensional og isothermisk, og at fluidet er usammentrykkeligt. Ligningssystemet vil blive skrevet i et Cartesisk koordinatsystem (x_1, x_2) .

Ved at opstille kontinuitetsligningen og bevægelsesmængdemomentligningen for et fluidelement når Gosman et al. frem til de ligninger, der beskriver strømmingen. Ved at forudsætte at spændingerne σ_{ij} og hastighedsgradienterne $\partial u_i / \partial x_j$ kan skrives som:

$$\sigma_{ij} = \mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1)$$

hvor μ_{eff} er den effektive viskositet lig med summen af den laminære viskositet μ_l og den turbulente viskositet μ_t og ved at eliminere trykket fra ligningerne, når man frem til en ligning for rotationen ω og en ligning for strømfunktionen ψ :

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\omega \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \right) - \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\omega \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \right) - \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} (\mu_{\text{eff}} \omega) - \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} (\mu_{\text{eff}} \omega) = 0 \quad (2)$$

$$- \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2} - \omega = 0 \quad (3)$$

For at kunne løse disse to ligninger må μ_{eff} bestemmes. Den laminære viskositet er en stofegenskab, som ikke volder problemer, men den turbulente viskositet afhænger bl.a. af den tilstedeværende turbulens. En af de ældre, men stadig brugte turbulensmodeller, stammer fra Prandtl og Kolmogorov, som forudsatte, at turbulensen kunne beskrives ved den turbulente kinetiske energi k og en turbulenslængdeskala l . μ_t kan da skrives som:

$$\mu_t = C_\mu \rho l \sqrt{k} \quad (4)$$

C_μ er en proportionalitetskonstant. Den kinetiske energi bestemmes ud fra en transportligning:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x_1} \left(k \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \right) - \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_{k,\text{eff}}} \frac{\partial k}{\partial x_1} \right) - \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_{k,\text{eff}}} \frac{\partial k}{\partial x_2} \right) - S_k = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

og k beskrives analytisk. $\sigma_{k,\text{eff}}$ er Prandtls tal for den kinetiske energi, S_k er et kildeled (se senere).

Denne turbulensmodel er brugt med nogen succes i recirkulerende strømninger, men da det er svært at beskrive k a priori i sådanne strømninger, er der udviklet yderligere turbulensmodeller, hvor k er erstattet af en anden variabel.

Generelt skrives transportligningen for den ekstra variable ϕ , der skal bruges til at bestemme turbulensen, som:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\phi \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \right) - \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\phi \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_{\phi,\text{eff}}} \frac{\partial \phi}{\partial x_1} \right) - \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_{\phi,\text{eff}}} \frac{\partial \phi}{\partial x_2} \right) - S_{\phi} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$\sigma_{\phi,\text{eff}}$ er Prandtls tal for variabelen ϕ , S_{ϕ} er et kildeled. Spalding (1972) har foreslået at bruge w som ekstra variabel, hvor w kan betragtes som et mål for det tidsmidlede kvadrat på rotationsfluktuationerne, og Harlow og Nakayama (1968) har foreslået at bruge dissipationen ϵ af den turbulente kinetiske energi. Harlow og Nakayama opstiller en noget anden ligning til bestemmelse af ϵ end den her viste, som stammer fra Pun (1971).

Det ses, at ligningerne (5) og (6) udtrykker, at ændringen i k eller ϕ er lig med summen af diffusionen og kildeleddet. Kildeleddet skrives derfor generelt som forskellen mellem produktionen og dissipationen af variabelen. Derved bliver:

$$S_k = \frac{\mu_t}{\rho^2} G - \begin{cases} C_D \rho k^{3/2} / \ell \\ C_D \rho k \sqrt{w} \\ C_D \rho \epsilon \end{cases} \quad (7)$$

$$S_w = \mu_t \left\{ C_3 \frac{w}{\rho^2 k} G + C_1 \left[\left(\frac{\partial \omega}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_2} \right)^2 \right] \right\} - C_2 \rho w^{3/2} \quad (8)$$

$$S_\varepsilon = \mu_t C_4 \frac{\varepsilon}{\rho^2 k} G - C_5 C_D \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (9)$$

hvor G er produktionsudtrykket:

$$G = 4 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1 \partial x_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} \right)^2 \quad (10)$$

Hvilket af de tre udtryk i S_k , der skal bruges, afhænger af hvilke af de tre variable ℓ , w eller ε , der bruges. $C_1 - C_5$ og C_D er proportionalitetskonstanter.

De tilsvarende viskositetsudtryk bliver:

$$\text{k-}\ell \text{ modellen} \quad \mu_t = C_\mu \rho \ell \sqrt{k} \quad (11)$$

$$\text{k-w modellen} \quad \mu_t = C_\mu \rho k / \sqrt{w} \quad (12)$$

$$\text{k-}\varepsilon \text{ modellen} \quad \mu_t = C_\mu \rho k^2 / \varepsilon \quad (13)$$

Ved at betragte viskositetsudtrykkene ses det, at de tre turbulensmodeller kan opfattes som afledt af én turbulensmodel; k er den ene variabel, og $k^m \ell^n$ er den anden. For w er $m=1$, $n=-2$, og for ε er $m=3/2$ og $n=-1$.

Ligningerne (2), (3), (5) og (6) danner nu et lukket lignings-system med viskositeten givet ved et af udtrykkene (11) - (13) og den laminære viskositet. For at løse ligningerne må grænsebetingelserne specificeres.

Grænsebetingelser.

Frie grænser. For at få hold på grænsebetingelserne antages det, at uendelig mange tørrebakkemodeller sidder parallelt med hinanden og med forkanten i samme x_1 -koordinat. Derved bliver to af grænserne symmetrilinier (den øvre og den nedre grænse) i stedet for, at grænsebetingelserne langs øvre grænse ikke ville være kendt a priori. De nærmere grænsebetingelser ses på Fig. 60.

På venstre grænse antages det, at strømmingen forløber parallelt med modellens symmetriplan, rotationsfrit og med givet turbulensniveau. ϕ er en af hjælpevariablerne w eller ϵ . Ved de to symmetrigrænser kan ψ og ω specificeres som tal, og gradienterne af k og ϕ på tværs af symmetrilinierne er nul. På højre grænse antages det, at strømmingen atter er parallel med symmetriaksen, så gradienterne på tværs af grænsen er nul.

Overfladegrænser. På grund af de store gradienter der er ved overfladen af modellen, ville det kræve et meget fint net i nærheden af modellen for at kunne regne helt ind til overfladen. For at undgå dette og det dermed forbundne krav til regnemaskinekapacitet antages det, at strømmingen helt inde ved overfladen kan beskrives ved en Couettestrømning, Couettelaget. Strømningsparametrene i Couettelaget kan udtrykkes ved forskellige analytiske funktioner (vægfunktioner), og derved forbindes den ydre strømning med overfladen.

Ved beregningerne er brugt nogle simple vægfunktioner efter Pun (1971), men det var meningen senere at indføre Wolfshteins (1967) formodentlig bedre vægfunktioner. De brugte vægfunktioner skal her kort gennemgås.

Det antages, at hastigheden u i Couettelaget kan beskrives ved en potensfunktion:

$$u_+ = ay_+^b \quad (14)$$

hvor $u_+ = u/u_\tau$, $y_+ = \rho u_\tau y / \mu_1$ er afstanden fra overfladen.

u_τ er vægfriktionshastigheden $u_\tau = \sqrt{\tau_W / \rho}$, τ_W er vægfriktionen. a og b er to empiriske konstanter; $a = 8,74$ og $b = 1/7$.

Ud fra definitionen af ψ kan hastigheden u_P i punktet P i afstanden y_P fra overfladen findes:

$$u_P = (1 + b)(\psi_P - \psi_W) / \rho y_P \quad (15)$$

ψ_P og ψ_W er strømfunktionens værdier i henholdsvis punktet P og ved overfladen.

Når u_p er udregnet, kan u_τ beregnes:

$$u_\tau = \left(\frac{u_p}{a} \right)^{\frac{1}{b+1}} \left(\frac{\rho}{\mu_\ell} y_p \right)^{\frac{b}{b+1}} \quad (16)$$

og da ω i nærheden af overfladen kan defineres som $-\partial u / \partial y$, bliver ω_p :

$$|\omega_p| = \rho u_\tau^2 / \mu_{\text{eff},p} \quad (17)$$

ω_p 's fortegn afhænger af fortegnet på $\psi_p - \psi_W$.

Hvis det forudsættes, at der kan ses bort fra konvektion og diffusion i Couettelaget, bliver dissipationen og produktionen af turbulent kinetisk energi lige store, og heraf kan k_p findes:

$$k_p = u_\tau^2 / \sqrt{C_D C_\mu} \quad (18)$$

Forudsættes det yderligere, at Couettelaget er tilstrækkeligt tyndt, kan forskydningsspændingen sættes konstant, og hastigheden u kan skrives som:

$$u_+ = \frac{1}{\kappa} \ln(E y_+) \quad (19)$$

hvor κ og E er empiriske konstanter; $\kappa = 0,41$ og $E = 9,0$. Ved at finde hastighedsgradienten af (19) og dernæst $\mu_{\text{eff}} \approx \mu_t$ ved hjælp af hastighedsgradienten og forskydningsspændingen kan ϵ_p og w_p findes ved kombination med (18) og (12) eller (13):

$$\epsilon_p = u_\tau^3 / C_D C_\mu \kappa y_p \quad (20)$$

$$w_p = u_\tau^2 C_\mu / C_D \kappa^2 y_p^2 \quad (21)$$

Det ses, at vægfunktionerne støtter sig på erfaringerne fra fuldt udviklede turbulente strømninger i rør og langs plane plader. De to hastighedsudtryk (14) og (19) er valgt, først og fremmest for at gøre vægfunktionerne lette at arbejde med, men fra rørstrømninger vides det, Schlichting (1960), at de to udtryk stemmer godt overens, så længe Reynolds' tal ikke bliver for stort. Om vægfunktionerne er brugbare ved de lave Reynolds' tal, som beregningerne var tænkt udført ved, kan ikke siges,

da beregningerne ikke er lykkedes, men vægfunktionerne har tidligere været brugt med held i komplicerede strømningstilfælde, Spalding (1972).

Det bemærkes, at de eneste overfladeværdier der er brugt i vægfunktionerne, er strømfunktionens overfladeværdi ψ_w ; de øvrige værdier er udregnet i punktet P.

Med angivelse af grænsebetingelserne kan ligningerne (2), (3), (5) og (6) nu løses ved hjælp af de metoder Gosman et al. angiver.

Resultater.

Der er udarbejdet et FORTRAN program til at løse ligningssystemet, men som tidligere omtalt lykkedes det ikke at få beregningerne til at konvergere.

For at angive rimelige grænsebetingelser var det nødvendigt at gøre integrationsfeltet stort i forhold til modellens udstrækning. For ikke at kræve for stor en lagerplads til de variable fandtes det oprindeligt nødvendigt at inddele integrationsfeltet i to dele. En indre del omkring forkanten med et fintmasket net og resten af feltet med et grovere net. Skillelinien mellem de to dele var rette linier parallelle med de ydre grænser.

Der blev udarbejdet særlige underprogrammer til at behandle beregningerne på tværs af skillelinierne. Det viste sig dog, at i hjørnerne, hvor skillelinierne mødtes, afveg de variables værdi en del fra de værdier, det måtte forventes, de havde i forhold til naboværdierne, og de særlige underprogrammer til at regne hen over skillelinierne fyldte så meget, at en væsentlig forenkling kunne opnås ved at gå over til kun et integrationsfelt. Ved at indskrænke integrationsfeltet noget fyldte programmet endda ikke mere end før.

Programmet er lavet til at regne med to forskellige forkanter; en forkant svarende til grundmodellerne og en forkant svarende til H-modellerne.

For at undersøge turbulensmodellernes indflydelse er der i programmet mulighed for at bruge enten k-w eller k- ϵ turbulensmodellen. For at forhindre at der kom overflow i begyndelsen af en beregning, viste det sig nødvendigt at regne med k- ϵ turbulensmodellen i de første halvthundrede iterationer, hvorfor den også har været indlagt i programmet. ϵ -fordelingen angav en konstant længdeskala foran forkanten og fulgte et fjerdegradspolynomium efter forkanten.

Under beregningerne med k-w turbulensmodellen viste det sig, at et led i kildeledet, leddet er ikke med i (8), som tog hensyn til overfladens nærhed, havde alt for stor en indflydelse på beregningerne. (8) stammer oprindeligt fra Pun (1971), men i en senere udgave af (8), Spalding (1972), er leddet forsvundet, formodentlig fordi Spalding er stødt på det samme problem.

Det er under de foretagne beregninger ikke lykkedes at få strømmingen til at recirkulere. Ved konvekse hjørner viste det sig, at værdierne af de variable afhang så meget af værdierne væk fra overfladen, at strømmingen i stedet for at separere krøb rundt om hjørnet. Selv om strømfunktionen blev styret ved forkanten til at give separation, lykkedes det ikke at få strømmingen til at recirkulere.

KONKLUSION.

Der er foretaget målinger af strømmingen langs en plan plade med endelig tykkelse og endelig længde. Målinger er foretaget i et hastighedsområde svarende til, at Reynolds' tal lå mellem ca. 400 og ca. 4200. Strømmingen langs pladen er blevet visualiseret ved hjælp af brintboblemetoden i et hastighedsområde svarende til, at Reynolds' tal lå mellem ca. 300 og ca. 3100.

Separationsboblens længde er blevet målt på ni forskellige modeller. Der var fem grundmodeller med forskellige længde-tykkelsesforhold og fire modeller med omtrent samme længde-tykkelsesforhold på modelkroppen, men med forkanten udformet enten med en tunge, med en afskåren kile eller som en halv cirkulær cylinder. Separationsboblens længde blev målt ved hjælp af en hotwiremetode og ved visualisering med enten vimpel eller brintbobler.

Det viste sig, at der var forskel mellem resultaterne fra de forskellige metoder, som separationsboblelængden blev bestemt med. Visualiseringsforsøgenes resultater lå gennemgående højest.

Hotwiremetoden var den mest usikre, idet turbulensen var meget stor i rekolleringsområdet, og middelhastigheden var lille i separationsboblen i forhold til middelhastigheden efter separationsboblen. Det gjorde det svært på en entydig måde at vurdere hastighedens middelværdi ud fra hotwiresignalets middelværdi, og derved blev den interpolationsmetode, der er brugt, ikke særlig nøjagtig. Der er derudover uoverensstemmelse mellem de målinger, der blev foretaget i vindtunneler og dem, der blev foretaget i vandtanken. Disse uoverensstemmelser kan muligvis forklares ved tredimensionalitet i separationsboblen, idet der ved visualisering af strømmingen blev observeret en cellestruktur i separationsboblen.

Denne cellestruktur må afhænge af forholdet mellem modellens tykkelse og bredde, samt modellens afslutning langs siderne. I vindtunnelerne afsluttes modellen med forsøgssektionens sider, i vandtanken afsluttedes modellen frit i vandet. Disse forskellige afslutninger vil formodentlig give forskellige cellestrukturer

og dermed en indflydelse på separationsboblens længde. Det er muligvis også en sådan tredimensionalitet i separationsboblen, der er årsag til forskellene i forhold til Danckwerts & Anolicks (1962) og Sørensens (1966) målinger, idet deres modeller afsluttedes frit i vindtunnelerne. Endelig skal det nævnes, at det er almindelig erfaring, at separerede turbulente grænselag er udpræget ikke-stationære, formodentlig på grund af den gensidige påvirkning mellem den frie strømning og det separerede grænselag, Bradshaw (1971).

På trods af de usikre bestemmelser af separationsboblens længde er der dog visse træk, der gik igen ved alle metoder. x_r/h er omtrent konstant for $Re_h > 1100$, men stiger kraftigt med aftagende Reynolds' tal mindre end 800. Ved $L/h = 15$ og $L/h = 28$ er separationsboblens længde uafhængig af L/h , men for $L/h = 5$ gør bagkantens indflydelse sig gældende for $Re_h < 800$.

Ved at udforme forkanten som en afskåren kile eller med en tunge "flyttes" separationsboblen væk fra modelkroppen og hen på forkanten ved alle målte Reynolds' tal. Tungen skal være mindst en modelkroptykkelse lang. Ved at flytte separationsboblen ned på forkanten opnås en relativ stor hastighed på modelkroppen allerede fra dens forreste kant. Derved skulle den forreste del af modelkroppen kunne udnyttes mere effektivt til varme- og stofovergang, end hvis forkanten var ret afskåret.

Selve strømningen omkring en separationsboble er blevet undersøgt med grundmodellen med $L/h = 15$. Separationsboblen er karakteriseret ved et relativt dødt område forrest og et kraftigt turbulent område bagest i separationsboblen. I oversiden af separationsboblen findes et forskydningslag med kraftig turbulensproduktion, svingninger i middelhastigheden og hvirvler. Det er sandsynliggjort, men ikke bevist, at svingningerne og hvirvlerne har samme dimensionsløse frekvenstal, og det er påvist, at hvirvlerne ikke afløses stationært, men ret tilfældigt, og at separationsboblen formodentlig pulserer. Det er vist, at turbulensen fra forskydningslaget diffunderer så langsomt ud over grænselaget efter separationsboblen, at grænselagets turbulensfordeling selv ikke ved bagkanten af pladen ligner turbulens-

fordelingen langs en plan plade.

Ud fra målinger af separationsboblens længde, visualisering af forskydningslaget og ud fra fordelingen af de integrale hastighedsparametre kan det konkluderes, at strømmingen skifter karakter fra laminær til turbulent ved et Reynolds' tal på ca. 800.

Det er forsøgt at beregne strømmingen ved hjælp af de metoder, der er udviklet af Gosman et al. (1969). Der er arbejdet både med k-w og k-ε turbulensmodeller, og der er brugt vægfunktioner udarbejdet af Pun (1971). Det er dog ikke lykkedes at få beregningerne til at konvergere, og det har ikke været muligt under arbejdet med beregningerne at finde årsagen.

En af grundene til at beregningerne mislykkedes kunne være, at forudsætningerne for ligningerne, og især for viskositetsudtrykkene, ikke har været opfyldt. Det er ved udledningen af ligningerne forudsat, at den turbulente strømning har været fuldt udviklet, og da beregningerne er forsøgt foretaget ved lave Reynolds' tal, har denne betingelse ikke været opfyldt. Man kunne f.eks. forestille sig, at C_1 - C_5 , C_D og C_μ , i stedet for at være konstanter, skulle være funktioner af et Reynolds' tal for lokal turbulens.

LITTERATURLISTE.

Berger, Eberhard, (1964a). Die Bestimmung der hydrodynamischen Grössen einer Kármánschen Wirbelstrasse aus Hitzdrahtmessungen bei kleinen Reynoldsschen Zahlen.

Z. für Flugwissenschaften, v 12, n 2, pp 41-59.

Berger, Eberhard. (1964b). Unterdrückung der laminaren wirbelströmung und des turbulenzeinsatzes der Kármánschen wirbelstrasse im nachlauf eines schwingenden zylinders bei kleinen Reynoldszahlen.

Jahrbuch 1964 der WGLR, pp 164-71.

Bradshaw, P. (1971). An Introduction to Turbulence and its Measurement.

Pergamon Press, pp 75-9.

Brown, F.N.M. (1959). The Organized Boundary Layer.

Proceedings of the Sixth Midwestern Conference on Fluid Mechanics, pp 331-49.

Burggraf, O.R. (1966). Analytical and numerical studies of structure of steady separated flows.

J. of Fluid Mechanics, v 24, pt 1, pp 113-51.

Collis, D.C. and M.J. Williams. (1959). Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers.

J. of Fluid Mechanics, v 6, pt 3, pp 357-84.

Danckwerts, P.V. and C. Anolick. (1962). Mass transfer from a grid packing to an air stream.

Trans. Instn. Chem. Engrs., v 40, pp 203-13.

Fröberg, Carl-Erik. (1966). Introduction to Numerical Analysis.

Addison-Wesley Publishing Company, Inc., pp 179-80.

Gaster, M. (1966). The structure and behaviour of laminar separation bubbles.

AGARD Conference Proceedings No. 4, pt 2, pp 813-54.

- Gaster, M. (1969). Vortex shedding from slender cones at low Reynolds numbers.
J. of Fluid Mechanics, v 38, pt 3, pp 565-76.
- Gaster, M. (1971). Vortex shedding from circular cylinders at low Reynolds numbers.
J. of Fluid Mechanics, v 46, pt 4, pp 749-56.
- Goldstein, S. (1938). Modern developments in fluid dynamics. Volume II.
Oxford University Press, pp 491-3, (1950).
- Gosman, A.D., W.M. Pun, A.K. Runchal, D.B. Spalding and M. Wolfshtein. (1969). Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows.
Academic Press.
- Grove, A.S., F.H. Shair, E.E. Petersen and Andreas Acrivos. (1964). An experimental investigation of the steady separated flow past a circular cylinder.
J. of Fluid Mechanics, v 19, pt 1, pp 60-80.
- Harlow, Francis H. and Paul I. Nakayama. (1968). Transport of Turbulence Energy Decay Rate.
Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-3854.
- Holstein, H. und T. Bohlen. (1940). Ein einfaches Verfahren zur Berechnung laminarer Reibungsschichten, die dem Näherungsansatz von K. Pohlhausen genügen.
Se Schlichting (1960), pp 243-51.
- Klebanoff, P.S. (1955). Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient.
NACA Report 1247.
- Lamb, Horace. (1932). Hydrodynamics.
Dover Publications, Inc., pp 600-2, (1945).
- Lessen, Martin. (1950). On stability of free laminar boundary layer between parallel streams.
NACA Report 979.

Lind-Nielsen, B. (1971). Hvirvelalleer bag cirkulære cylindre ved lave Reynolds' tal. Deres opståen og deres brug ved hastighedsmåling.

Afdelingen for Fluid Mekanik, TN TGN-71-1.

Lo, Hing Y, Daniel L. Carrol and Leonard I. Stiel. (1966). Viscosity of Gaseous Air at Moderate and High Pressures. J. of Chemical and Engineering Data, v 11, n 1, pp 540-4.

Mayhew, Y.R. and G.F.C. Rogers. (1967). Thermodynamic and Transport Properties of Fluids. SI Units. Basil Blackwell, Oxford, 2. ed.

Michalke, A. and P. Freymuth. (1966). The instability and the formation of vortices in a free boundary layer. AGARD Conference Proceedings No. 4, pt 2, pp 575-95.

Milne-Thomson, L.M. (1960). Theoretical Hydrodynamics. MacMillan & Co Ltd, 4. ed., p 275.

Pun, W.M. (1971). Privat kommunikation.

Rannacher, J. (1969). Untersuchung von geraden ebenen Flügelgittern im kritischen Reynoldszahlbereich. Maschinenbautechnik, v 18, heft 1, pp 2-10.

Roshko, Anatol. (1954). On the development of turbulent wakes from vortex streets. NACA Report 1191.

Runchal, A.K. and M. Wolfshtein. (1966). A finite-difference procedure for the integration of the Navier-Stokes equations. Imperial College, Mech. Eng. Dept. Rep. SF/TN/1.

Schlichting, Hermann. (1960). Boundary Layer Theory. McGraw-Hill Book Company, Inc., pp 502-33.

Schraub, F.A., S.J. Kline, J. Henry, P.W. Runstadler, Jr. and A. Littell. (1965). Use of Hydrogen Bubbles for Quantitative Determination of Time-Dependent Velocity Fields in Low-Speed Water Flows.

Trans. of the ASME, ser D, v 87, n 2, pp 429-44.

Spalding, Dudley Brian. (1972). A two-equation model of turbulence.

VDI-Forschungsheft 549, pp 5-16.

Sørensen, Ansgar. (1966). Stof- og varmeovergangstal på plane overflader.

Instituttet for Kemiteknik.

Tani, Itiro. (1954). On the Approximate Solution of the Laminar Boundary-Layer Equations.

J. of the Aeronautical Sciences, v 21. n 7, pp 487-95.

Tani, Itiro. (1964). Low-speed flows involving bubble separations.

Progress in Aeronautical Sciences, v 5, pp 70-103.

Thom, A. (1933). The Flow Past Circular Cylinders at Low Speeds.

Proceedings of the Royal Society of London, ser A, v 141, pp 651-69.

Thwaites, B. (1949). Approximate Calculation of the Laminar Boundary Layer.

The Aeronautical Quarterly, v 1, pt 3, pp 245-80.

Tritton, D.J. (1959). Experiments on the flow past a circular cylinder at low Reynolds numbers.

J. of Fluid Mechanics, v 6, pt 4, pp 547-67.

Tritton, D.J. (1971). A note on vortex streets behind circular cylinders at low Reynolds numbers.

J. of Fluid Mechanics, v 45, pt 1, pp 203-8.

Wills, J.A.B. (1962). The correction of hot-wire readings for proximity to a solid boundary.

J. of Fluid Mechanics, v 12, pt 3, pp 388-96.

Wolfshtein, M. (1967). Convection processes in turbulent impinging jets.

Imperial College, Mech. Eng. Dept. Rep. SF/R/2, pp 120-39.

APPENDIKS I.RC 4000 Algol-5 program til indlæsning og bearbejdning af data fra datalogger.

De indledende kommentarer til programmet angiver hvilke krav, der stilles til datastrimmelen. Da RC 1000 dataloggeren huler i Flexowriter-kode, og RC 4000 som standard benytter ISO-karakterværdier ved den interne repræsentation, har det været nødvendigt at udnytte table proceduren til at omregne de nødvendige ISO-karakterværdier til Flexowriter-karakterværdier.

program til indlæsning og bearbejdning af data fra datalogger
begin

```
integer m, i, j, mnd, dag, dnr, nd, imax, tal, l;  
real kanttyk, tyk, længde, temp, frekv, tryk, u, Reh, Rehr, unul, udelx, uy, urd, und,  
delx, y;  
boolean tiu, tid, tiy, tird, tind, hakkant;  
real array x, htw(0:50), model(1:1);  
integer array table1(0:256);  
boolean array t(1:50);  
zone dt(25, 1, stderr);
```

comment dette program behandler målingerne fra forsøgene med strømning omkring en plan plade med forskellige forkanter. Programmet udskriver hotwire (htw) spændingen som funktion af afstanden fra forkanten målt langs modellens akse. Afstanden mellem htw og modellens akse holdes konstant.

Der skal bruges to slags datastrimler. Den første angiver forkantens udseende, den anden er udlæsningerne fra AFMs RC 1000 datalogger.

Som data indgaar:

a.

Data der angiver forkantens udformning.

```
<forkant>::=<model>,<kanttyk>,<tyk>,<længde>,<i>,  
  <model>::= modelbetegnelse (streng)  
  <kanttyk>::= forkantens tykkelse (mm)  
  <tyk>::= modelkroppens tykkelse (mm)  
  <længde>::= hakkets eller kilens længde (mm)  
  <i>::= hakkant-heltal. hakkant:= if i=1 then true else false  
  hakkant=true and kanttyk<>tyk <=> hak forkant  
  hakkant=false and kanttyk<>tyk <=> kile forkant  
  kanttyk=0 <=> cirkulær forkant med radius=tyk/2  
  Alle andre kombinationer med parametreværdier <> 0 <=> ret  
  forkant uden hak.
```

Disse data indlæses ved programmets begyndelse.

b.

Dataloggerdata.

```
<Dlogd>::=<dato><hastighed>,<traversering>
```

1. <dato>::=<NL><mnd><dag>

<NL>::= value:=10. Skal begynde med ny linie

<mnd>::= to cifre der angiver måneden

<dag>::= to cifre der angiver dagen

2. <hastighed>::=<temp>,<tryk>,<frekv>,<dnr>

<temp>::= luftens temperatur (grC)

<tryk>::= luftens tryk (mmHg)

<frekv>::= hvirvelfrekvens (Hz)

<dnr>::= trådnummer

Se yderligere procedure Rey. Efter <dnr> skal der være et skilletegn forskelligt fra <NL>.

3. <traversering>::=
 <NL><unul><NL><udelx><NL><uy><NL><htw><NL><urd><NL><und>
 <unul>::= referencespænding for htw-skridtlængde og -højde
 over modelkroppen
 <udelx>::= spænding proportional med htw-skridtlængden
 <uy>::= spænding proportional med htw-højde over modelkroppen
 <htw>::= htw-spænding
 <urd>::= referencespænding for nye data parameteren
 <und>::= spænding afhængig af nye data parameteren. (Se senere)
 Disse værdier er udgangssignaler fra dataloggeren og skal der-
 for indlæses med procedure læs.
 Afhængig af nye data parameteren fortsætter indlæsningen ved 3,
 2 eller 1.
 Eksempel paa datastrimmel:
 a. H2,4,10,15,1,
 b. <NL> 0708, 23.4, 755, 233, 3, <NL>0001001402<NL>0011000706
 <NL>0021001258<NL>003<078256<NL>0041001531<NL>0051000592...
 her begyndes forfra ved 3, 2 eller 1.
 RC-4000 algol-5 program. 13. marts 1972. B. Lind-Nielsen.;

```

procedure læs(maal, fejl);
real maal; boolean fejl;
begin
  comment proceduren læs indlæser data på en papirstrimmel fra AFMs da-
    talogger RC 1000.
  Tapen kræves hullet i Flexowriterkode.
  Af de seks mulige semipermanente data må kun en være tilslut-
    tet, og denne skal være indstillet til 40 på dataloggerens
    forplade.
  Ved udhop fra proceduren angiver maal måleværdien i millivolt,
    og fejl er false, hvis der har været spild eller to decimal-
    cifre på samme plads. Ellers er fejl true.
  Bemærk. Indlæsningen kræver en intable-procedure som omsæt-
    ter ISO-karakterværdier til Flexowriter-karakterværdier.;
  integer i, r, s, t, j, kanalnr, akanalnr;
igen:
  readchar(in, i);
  if i <> 64 then goto igen;
  kanalnr := 0;
  for i := 1 step 1 until 3 do
  begin
    readchar(in, akanalnr);
    if akanalnr >= 8 then
    begin
      write(out, <: <10> Der er fejl i kanalnummeret: >);
      goto om1;
    end;
    kanalnr := akanalnr * 8 * (3 - i) + kanalnr;
  end;
om1:
  end;
  readchar(in, i);
  r := i mod 8;
  s := if i = 16 + r then 1 else
        if i = 32 + r then 2 else
        if i = 48 + r then 3 else 1000;

```

```

if s=1000 then
begin
  write(out,<:<10>Der er fejl i range-sampling parameteren:>);
  fejl:=false;
  goto slut;
end;
readchar(in,i);
if i>9 and (i<>33 and i<>32) then
begin
  write(out,<:<10>Der er to cifre på plads nr. 1, kanal nr.:>,
    << dd>,kanalnr);
  comment cifrenes pladsnummer tælles fra venstre;
  fejl:=false;
  goto slut;
end;
t:=if i=33 or i=1 then 1 else 0;
maal:=txw5;
for j:=4 step -1 until 0 do
begin
  readchar(in,t);
  if t>=10 then
  begin
    write(out,<:< 0>Der er to cifre på plads nr.:>,<< d>,6-j,
      <:, kanal nr.:>,<< dd>,kanalnr);
    fejl:=false;
    goto slut;
  end;
  maal:=maal+tx10xxj;
end;
maal:=if i=33 or i=32 then (-1)xmaal else maal;
maal:=maalx10xx(r-5)x10xxs;
if abs(maal)>1.20x10xx(r+1) then
begin
  write(out,<:<10>Der er spild på kanal nr.:>,<< dd>,kanalnr);
  fejl:=false;
  goto slut;
end;
fejl:=true;
slut:
end af procedure læs;

procedure dato(md,dag);
integer md,dag;
begin
  comment proceduren dato indlæser fire tal fra strimmel. De to første
    er maaned (md), og de to næste er dagen (dag). Fx. 0708 er 8.
    juli;
  integer i,t;
  md:= dag:= 0;
  for i:=4 step -1 until 1 do
  begin
    readchar(in,t);
    case i of
    begin
      dag:=dag+t;
      dag:=dag+tx10;
      md:=md+t;
      md:=md+tx10;
    end;
  end;
end af procedure dato;

```

```

procedure Rey(t,p,n,dnr,h,U,Re);
value t,p,n,dnr,h; real t,p,n,h,U,Re; integer dnr;
begin
  comment proceduren Rey udregner lufthastigheden og pladens Reynolds tal
    (pladens karakteristiske længde er tykkelsen h). Lufthastigheden
    udregnes efter Roshkos udtryk for v. Karmann hvirvlernes fre-
    kvens. t er luftens temperatur (grC), p er luftens tryk (mmHg),
    n er hvirvelfrekvensen (Hz), dnr er traaddiameterens nummer (se
    senere), h er pladens tykkelse(mm), U er lufthastigheden (m/s)
    og Re er pladens Reynolds tal;
  real T,ny,Red,d;
  d:= if dnr=1 then 2.991 else if dnr=2 then 1.993 else if dnr=3 then 0.892
    else if dnr=4 then 0.5 else 1000;
  comment d er traadens diameter i mm;
  T:= 273.2+t;
  ny:= (43.8*(1.01x10-3xT-0.093)xx0.5555)/(1.284x275/Txp/760);
  comment ny er luftens kinematiske viskositet (10-6 m2/s);
  Red:= (nxdxd/ny+4.5)/0.212;
  if Red>150 then
  begin
    write(out,<:
  Hastighedskalibreringen er upaalidelig. Red_=:>,<<dddd>,Red);
    end;
    U:= Redxny/d/10xx3;
    Re:= Uxhx10xx3/ny;
  end af procedure Rey;

  comment table1 omsætter ISO-karakterværdier til Flexowriter-karakterværdier;
  for i:=0 step 1 until 256 do table1(i):= 6 shift 12 + 24;
  for i:=0 step 1 until 9 do table1(48+i):= 2 shift 12 + i;
  for i:=115 step 1 until 118 do table1(i):= 2 shift 12 + i - 97;
  for i:=106 step 1 until 110 do table1(i):= 2 shift 12 + i - 73;
  for i:=97 step 1 until 101 do table1(i):= 2 shift 12 + i - 48;
  table1(60):= 2 shift 12 + 17; table1(10):= 8 shift 12 + 64;
  table1(45):= 3 shift 12 + 32;

  x(0):= htw(0):= delx:= y:= 0; nd:= 3;
  readstring(in,model,1);
  read(in,kanttyk,tyk,længde,1);
  hakkant:= if i=1 then true else false;
  open(dt,8,<:console1:>,0);
  write(dt,<:<10>Indlæs venligst næste datastrimmel med READ<10>:>);
  setposition(dt,0,0);
  close(dt,true);
  write(out,<:<12>:>);
forfra1:
  intable(table1);
  readchar(in,m);
  if m<>64 then goto forfra1;
  dato(mnd,dag);
forfra2:
  intable(0);
  i:= 1;
  read(in,temp,tryk,frekv,dnr);
  Rey(temp,tryk,frekv,dnr,tyk,u,Reh);

```

```

forfra3:
  intable(table1);
  læs(unul,tiu);
  if -,tiu then write(out,<:. Fejl i unul. i = :>,<<dd>,i,<:..>);
  læs(udelx,tidx);
  if -,tidx then write(out,<:. Fejl i udelx. i = :>,<<dd>,i,<:..>);
  læs(uy,tiy);
  if -,tiy then write(out,<:. Fejl i uy. i = :>,<<dd>,i,<:..>);
  læs(htw(i),t(i));
  if -,t(i) then write(out,<:. Fejl i htw. i = :>,<<dd>,i,<:..>);
  læs(urd,tird);
  if -,tird then write(out,<:. Fejl i urd. i = :>,<<dd>,i,<:..>);
  læs(und,tind);
  if -,tind then write(out,<:. Fejl i und. i = :>,<<dd>,i,<:..>);
  delx:= if tidx and tiu then udelx/unul*50/tyk else delx;
  comment udelx = unul => delx = 50 (mm)/pladens tykkelse;
  x(i):= x(i-1)+delx;
  y:= if tiy and tiu then uy/unul*5/tyk else y;
  comment uy = unul => y = 5 (mm)/pladens tykkelse;
  if tind and tird then
    begin
      nd:= if und/urd<.1 then 3 else
            if und/urd<.3 then 4 else
            if und/urd<.6 then 2 else
            if und/urd<.8 then 1 else
            if und/urd<1.2 then 5 else 1000;
      comment nd = 5 <=> ikke flere data. nd = 4 <=> ny traversering for nyt y
        (forfra3). nd = 3 <=> nyt skan for samme y (forfra3). nd = 2
        <=> ny hastighed (forfra2). nd = 1 <=> ny dato (forfra1). nd =
        1000 <=> fejl ved nd;
    end else
    begin
      write(out,<:
Der er fejl ved nye data parameteren. tind or tird = false.
i = :>,<<dd>,i);
      goto slut;
    end;
  if nd=3 then
    begin
      if i<=49 then
        begin
          i:= i+1;
          goto forfra3;
        end else
        begin
          write(out,<:
Der er mere end 50 maalepunkter.:>);
          goto slut;
        end;
    end;
  end;
  imax:=i;

```

```

comment her starter tabeludskriften;
write(out,<:<12><10><10>:>);
write(out,<<_____dd>, dag,<:-:>,<<dd>,mnd,<:-1972
-
_____Model :>,string model(1));
if hakkant then write(out,<:
_____Haklængde/modeltykkelse = :>,<<dd.dd>,længde/tyk);
write(out,<:
_____Luftens hastighed U = :>);
if u>=1 then write(out,<<d.dd>, u)
else write(out,<<z.ddd>, u);
write(out,<: m/s.
_____Modellens Reynolds tal Reh = :>,<<ddd>,Reh,<:
_____Htw-højde over modellen y = :>,<<z.dd>,y*tyk,<:mm.
-
_____x/h_____htw
_____millivolt
-
:);
l:= 12;
for j:=1 step 1 until imax do
begin
write(out,<<_____dd.dd>, x(j),<:_____:>);
for m:=1 step 1 until 4 do
if htw(j)<10*xm then
begin
tal:= m;
goto videre;
end else tal:= 5;
videre:
if -,t(j) then tal:= 5;
case tal of
begin
write(out,<<_____d.ddd>, htw(j));
write(out,<<_____dd.dd>, htw(j));
write(out,<<_____ddd.d>, htw(j));
write(out,<<_____dddd>, htw(j));
write(out,<:_____ak:>);
end;
write(out,<:<10>:>);
l:= l+1;
if l>43 then
begin
write(out,<:<12><10><10>:>);
write(out,<:_____x/h_____htw
_____millivolt
-
:);
l:= 6;
end;
end af do;
write(out,<:<12><10><10>:>);
i:=1;
goto case nd of (forfra1,forfra2,forfra3,forfra3,slut);
slut:
end af program;

```

APPENDIKS II.

Om hvirvelafløsningsfrekvensen bag cirkulære cylindre placeret på tværs af et strømmende fluid.

Til bestemmelse af lave hastigheder (mindre end 4 m/s) har man ofte brugt de resultater, Roshko (1954) fik fra sine forsøg med hvirvelafløsning bag en cirkulær cylinder. I de senere år har der udviklet sig en diskussion om disse målingers holdbarhed, og denne diskussion skal kort gennemgås her.

Diskussionen startede med, at Tritton (1959) ved nogle kalibreringer, hvortil han benyttede Roshkos resultater, fik mistanke om, at hvirvelafløsningen bag en cirkulær cylinder var mere kompliceret, end Roshkos forsøg viste. Tritton mente at kunne eftervise, at der fandtes to former for hvirvelafløsning, og han har senere fundet støtte i de målinger, Berger (1964a) har foretaget. Gaster (1969) kunne ikke reproducere Trittons resultater og mente derfor, at de enten skyldtes, at Trittons cylindre var svagt koniske, eller at hans vindtunnelstrømning havde haft et uensartet hastighedsprofil. Tritton (1971) gentog sine forsøg, fik samme resultat som før og forkastede derfor Gasters forklaring, hvorpå Gaster (1971) gennemførte en serie forsøg, som understøttede hans egen teori.

Her skal kun omtales resultaterne af forsøgene med henblik på hvirvelafløsningsfrekvensen; en nærmere gennemgang af forsøgene og diskussionen findes hos Lind-Nielsen (1971).

Roshko, Tritton og Berger, men ikke Gaster har hver opstillet en F-R relation ud fra deres respektive forsøg. Roshko (1954) fandt følgende relation:

$$F = 0,212R - 4,5$$

$$50 < R < 150$$

Tritton (1959) fandt to relationer, henholdsvis en lavhastighedsform (LHF):

$$F = 0,00041R^2 + 0,144R - 2,1$$

$$50 < R < 105$$

og en højhastighedsform (HHF):

$$F = 0,224R - 6,7$$

$$80 < R < 150$$

I overlappingsområdet $80 < R < 105$ kunne hvirvelafløsningen for fastholdt R veksle mellem de to former med lige stor sandsynlighed for begge former, medens det var sjældent, at Tritton fandt en mellemliggende frekvens.

Også Berger (1964b) fandt to hvirvelafløsningsformer, men med lidt andre F - R relationer. Hans lavhastighedsform var:

$$F = 0,0001625R^2 + 0,164R - 2,55$$

$$50 < R < 160$$

og hans højhastighedsform:

$$F = 0,224R - 6,70$$

$$90 < R < 160$$

Ifølge Berger kunne lavhastighedsformen, når $R > 90$, kun måles ved ekstremt lave turbulensgraden i den frie strømning.

Da det ikke er muligt at afgøre hvilken af de fire F - R relationer, der er mest nøjagtig, har forfatteren undersøgt, hvor store afvigelser der er imellem dem. Afvigelserne er målt i forhold til Roshkos udtryk, da det har været det almindeligt brugte.

For fastholdt R er følgende største afvigelser fundet:

Tritton LHF - Roshko:	- 3,5%	($R = 74$)
Tritton HHF - Roshko:	- 10,0%	($R = 80$)
Berger LHF - Roshko:	- 7,2%	($R = 99$).

For fastholdt F er følgende største afvigelser fundet:

Tritton LHF - Roshko:	2,5%	($F = 11,3$)
Tritton HHF - Roshko:	7,9%	($F = 11,2$)
Berger LHF - Roshko:	6,2%	($F = 17,4$).

De fire F - R relationer er optegnet på Fig. A1.

Det ses, at der må regnes med mindst $\pm 5\%$ ubestemthed ved hastighedsbestemmelse ved hjælp af hvirvelafløsningsfrekvensen.

APPENDIKS III.

Beregning af brintboblestørrelse og -tidskonstant.

For at beregne brintboblernes størrelse blev deres stigitid målt over en strækning på 100 mm. Hastigheden blev derved bestemt til 1,0 cm/s.

Antages boblen at have nået sin endelige hastighed, kan dens diameter beregnes efter Stokes' formel for en kugles modstand, korrigeret for at boblen ikke er en fast kugle, men et fluid, Lamb (1932). Modstanden D på en boble kan beregnes af:

$$D = 3\pi d\mu U \frac{2\mu + 3\tilde{\mu}}{3\mu + 3\tilde{\mu}}$$

Opdriften L på boblen er:

$$L = \frac{1}{6}\pi d^3 g(\rho - \tilde{\rho})$$

Her er d boblens diameter, U boblens endelige hastighed og g tyngdeaccelerationen. Symboler uden tilde gælder for vandet, med tilde gælder de for brinten.

For vand er:

$$\mu \approx 10^{-3} \text{ kg/m s}; \quad \rho \approx 1000 \text{ kg/m}^3$$

og for brint:

$$\tilde{\mu} \approx 8,8 \cdot 10^{-6} \text{ kg/m s}; \quad \tilde{\rho} \approx 0,08 \text{ kg/m}^3$$

Mayhew og Rogers (1967).

Når boblen har opnået den endelige hastighed, er $D = L$, og da $\tilde{\mu} \ll \mu$ og $\tilde{\rho} \ll \rho$, kan boblens diameter bestemmes af:

$$d^2 = 12\mu U/g\rho$$

hvoraf d fås:

$$d = 110 \text{ } \mu\text{m}$$

Det tilsvarende Reynolds' tal viser sig at være 1,1. Ved dette Reynolds' tal afviger modstandskoefficienten udregnet efter Stokes' formel med ca. 2% fra den eksperimentelt bestemte modstandskoefficient, Goldstein (1938).

For at få en ide om hvor hurtigt en brintboble reagerer på en hastighedsændring, har Schraub et al. (1965) foretaget nogle simple beregninger. Udsættes brintboblen for en periodisk varierende hastighed $U_0 \cos(\omega't)$, kan der opstilles en differentialligning for den endimensionale bevægelse:

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau}(u - U_0 \cos(\omega't)) = 0$$

hvor u er boblens hastighed, og τ er en tidskonstant. Denne tidskonstant kan bestemmes til:

$$\tau = d^2 \rho / 36 \mu$$

i nærværende forsøg fandtes:

$$\tau = 0,34 \text{ ms}$$

Det er en relativ stor tidskonstant. Schraub et al. har en tidskonstant, der er en størrelsesorden mindre. En karakteristisk tidskonstant for strømningen er h/U_0 , og denne varierede fra 57 ms til 370 ms ved forsøgene. Brintboblernes tidskonstant må derfor siges at have været tilstrækkelig lille.

APPENDIKS IV.

Opmåling af brintboblefotografier.

Som referencelængde ved opmålingen af fotografierne brugtes gevindhullerne på siden af modellen. Da afstanden fra model-siden til midten af modellen var relativ stor i forhold til afstanden fra filmplanen til modelmidte, var det nødvendigt at korrigere for dette forhold ved opmålingen af fotografierne.

Af de ensvinklede trekanter på Fig. A2 fås:

$$\frac{x}{k} = \frac{a}{a-b}$$

Nu er $c=f$ (linsens brændvidde), så $a = m - f = 900 - 45 = 855$ mm.
 $b = 120$ mm, hvoraf følger:

$$\underline{x = 1,16 \times k}$$

Der er ved denne beregning ikke taget hensyn til lysets brydning ved overgangen fra vand til glas og fra glas til luft.

APPENDIKS V.

GIER Algol-4 program til beregning af potentialstrømningen omkring et legeme.

Ud fra en given fordeling af dipoler, kilder og dræn langs X-aksen i en parallelstrømning bestemmes delestrømlinien koordinater og dernæst hastigheden langs delestrømlinien. Ved at variere fordelingen af dipoler, kilder og dræn kan strømningen omkring et givet legeme beregnes.

begin

comment BEREGNING AF FORKANT PÅ EN PLAN PLADE.

Programmet udregner koordinater og hastighedsfordeling omkring forkanten på en halvuelig plan plade i en strømning med hastigheden U. Beregningen er baseret på, at der er anbragt kilder eller dipoler med styrken $MI[i]$ i punkterne $XI[i]$ på x-aksen.

For kilder og dræn er styrken lig med volumenstrømmen pr. længdeenhed (dimensionen $[L^2/T]$).

For dipoler er styrken lig med volumenstrømmen (dimensionen $[L^3/T]$).

Hastighedens dimension er $[L/T]$.

Strømfunktionens koordinater beregnes af:

$$Uxy + \sum(mj[i](kilder) \times \theta) - \sum(mj[k](doubleter) \times \sin(\theta)/r) + \psi_{inul} = 0$$

hvor:

$$mj[i](kilder) = MI[i] / (2 \times 3.1416).$$

$$mj[k](dipol) = MI[k].$$

θ er vinklen mellem x-aksen og radiusvektor fra $(xj[i], 0)$ til (x, y) , ($0 < \theta \leq 3.1416$).

$$r = \sqrt{(x - xj[i])^2 + y^2}.$$

ψ_{inul} er strømfunktionens værdi i et enkelt punkt.

Datastrimmelen skal indeholde følgende:

Antal af kilder n og hastigheden U. Herefter indlæses skiftevis kildeposition $XI[j]$ og kildestyrke $MI[j]$. Dipol indlæses som $x0, m, x0, -m$. $XI[j]$ med $j=1$ er nærmst forkanten.

Programmet udskriver først fristrømhastigheden. Dernæst de indlæste værdier af $XI[i]$ og $MI[i]$ og de værdier af xj og mj der benyttes i beregningerne. Eventuelle dipoler markeres.

Stagnationspunktets beliggenhed udskrives.

Delestrømliniens værdi ψ_{inul} udskrives. Er $\psi_{inul} < 0$, er drænene for store (eller dipolerne vender forkert), og de beregnede værdier af y og w har ingen fysisk betydning.

Endelig udskrives koordinaterne og hastighederne på pladens overflade og er $0.5 \leq w/U \leq 2.3$ optegnes værdien af w/U på linieskriveren.

Der beregnes 11 punkter før $XI[1]$ og 2 punkter mellem $XI[i]$ og $XI[i+1]$ foruden værdierne i $XI[i]$. Er $y < 10^{-6} \Rightarrow y = 0$.

GIER-Algol-4 program. B. Lind-Nielsen og J. Tejlgaard. 24. november 1971;

integer i, n, h, k, j, an;

real w, xm, xa, xb, x, y, xan, xbn, psi, U, rmax, fmax, rmaxn, rmin, fmin, rminn, step, delxb;

select (11);

n:=read integer; U:=read real;

begin

array MI, XI[1:n+1], mj, xj[1:n];

comment MIs og XIs matricer er gjort 1 større end antallet af punkter af hensyn til dipol søgningen;

Boolean array doub[1:n];

```

real procedure zero(z,F,xl,fl,xs,fs,eps,ak); comment GIER-Library 409;
value          xl,  xs          ;
real           z,F,xl,fl,xs,fs,eps  ;
label          ak ;
comment
  zero:=z:= a zero of F between xl and xs. The expression F must have
  different signs for z=xl and z=xs, otherwise zero will jump to ak.
  The expression eps gives the tolerance and may depend on z. The method
  is a combination of linear inter- and extrapolation and bisection;
begin
real x,f,is,il,ql,qs;
integer s;
  z:=xl; fl:=F; if fl=0 then goto out;
  z:=xs; fs:=F; if fs=0 then goto out;
  if fl*fs>0 then goto ak;
  s:=0;
  z:=x:=(xl+xs)/2;
  for f:= F while f#0 do
    begin
      ql:=fl/f; qs:=fs/f;
      il:= if 2/ql>1 then xs else x + (xl-x)/(1-ql);
      is:= if 2/qs>1 then xl else x + (x-xs)/(qs-1);
      if ql<0 then begin xs:=x; fs:=f end
        else begin xl:=x; fl:=f end;
      if -fs/fl<1 then
        begin x:=xl; xl:=xs; xs:=x; f:=fl; fl:=fs; fs:=f end;
      z:=x:=(xl+xs)/2;
      if (xl-x)*(x-xs) < eps^2 then goto out;
      s:= if if s=1 then ql>0
          else s=0 ^ 1.99/qs>1  v  s=3 ^ 1/q >-1 ^ (3-qs)/ql>2
          then 3
          else if (il-x)*(is-x)<0 then 2 else 1;
      if s=1 then
        begin
          if (is-x)*(is-il)<0 then il:=is;
          if il<x then il:= il + abs(il)*3.73*10^-9;
          if (il-x)*(il-xl)<0 then z:=x:=il
        end
      end;
    out:
      zero:=z
    end zero;

real procedure sum(A,s,m,n);
value m,n; real A; integer s,m,n;
  begin real B;
  B:=0;
  for s:=m step 1 until n do B:=B+A;
  sum:=B;end sum. Proceduren udregner summen af funktionen A fra s=m til n;

real procedure AT(fk);
real fk;
  AT:=if fk>0 then arctan (fk) else arctan (fk)+3.1416;
comment Proceduren sørger for at 0<arctan(fk)<3.1416;

```

```

real procedure max(x,n);
value n; real array x; integer n;
begin
    real b; integer j;
    b:=abs(x[1]);
    for j:=2 step 1 until n do b:=if abs(x[j])>b then abs(x[j]) else b;
    max:=b;
end af max;

```

```

real procedure min(x,n);
value n; integer n; array x;
begin
    real b; integer j;
    b:=abs(x[1]);
    for j:=2 step 1 until n do
        begin
            if x[j]=0 then go to om;
            b:=if abs(x[j])<b then abs(x[j]) else b;
        end;
    om:
        min:=b;
end af min;

```

```

real procedure PRINT (vardi);
value varði;
real varði;
begin integer i,k,j;
    k:=round((vardi-0.5)×40);
    for i:=1 step 1 until 5 do writechar(0);
    for i:=0 step 1 until k do
        if i=k∧i<20 then
            begin
                writechar(14);
                if i=20 then goto prend;
                for j:=1 step 1 until 19-k do writechar(0);
                writechar(185);
            end else
                if i=k then writechar(14) else
                    if i=20 then writechar(185) else writechar(0);
            if k<0 then
                begin
                    for i:=0 step 1 until 19 do writechar(0);
                    writechar(185);
                end;
        prend:
end af PRINT;

```

```

for i:=1 step 1 until n do
    begin XI[i]:=read real;
        MI[i]:=read real;
    end her indlæses kildernes position og styrke;
    MI[n+1]:=MI[n]; XI[n+1]:=XI[n-1];

```

```

an:=0; j:=1;
for i:=1 step 1 until n do
begin
    if MI[i]=-MI[i+1] ^ XI[i]=XI[i+1] then
    begin
        mj[j]:=MI[i];
        xj[j]:=XI[i];
        doub[j]:=true;
        i:=i+1;
    end else
    begin
        mj[j]:=MI[i]/6.2832;
        xj[j]:=XI[i];
        doub[j]:=false;
    end;
    an:=an+1; j:=j+1;
end her undersøgtes om der var doubleter;

writechar(42);
writetext({
U = }); write({dd.dd},U);
writetext({
+
.....XI.....MI.....xj.....mj
});
for i:=1 step 1 until n do
begin
    if i<an then
    begin
        write({-d.ddd-w-d},XI[i],MI[i]);
        writetext({<}); writechar(14);
        write({-d.ddd-w-d},xj[i],mj[i]);
        if doub[i] then writetext({ Doublet});
    end else
    write({-d.ddd-w-d},XI[i],MI[i]);
    writecr;
end her blev begyndelsesværdierne udskrevet;

xan:=if abs(xj[1]-0)<0.01 then -xj[2] else -xj[1];
for k:=0 step 1 until 2 do
begin
    for j:=1 step 1 until 9 do
    begin
        xa:=xan*xj*10k;
        if U-sum(if -,doub[i] then mj[i]/abs(xa-xj[i])
                else mj[i]/(xa-xj[i]))/(xa-xj[i]),i,1,an)>0
        then goto xbeg;
    end;
end af xa-bestemmelse;
writetext({<
Der er fejl i xa. xa<}); write({-d.ddd-w-d},xa);
writetext({. u = });
write({-d.ddd-w-d},U-sum(if -,doub[i] then mj[i]/abs(xa-xj[i])
                        else mj[i]/(xa-xj[i])2,i,1,an));
goto slut;

```

```

xbeg:
delxb:=xj[2]-xj[1];
xnb:=-xj[2];
for k:=1 step 1 until 3 do
begin
  for j:=1 step 1 until 9 do
  begin
    xb:=xnb+delxb*j/10k;
    if U-sum(if -,doub[i] then mj[i]/abs(xb-xj[i])
              else mj[i]/(xb-xj[i])/(xb-xj[i]),i,1,an)<0
    then goto stagna;
  end;
  xnb:=xb;
end af xb-bestemmelse;
writetext({
Der er fejl i xb. xb>}); write({-d.ddd10-d},xb);
writetext({<. u = });
write({-d.ddd10-d},U-sum(if -,doub[i] then mj[i]/abs(xb-xj[i])
                          else mj[i]/(xb-xj[i])2,i,1,an));
goto slut;

stagna:
xm:=zero(xm,U-sum(if -,doub[i] then mj[i]/abs(xm-xj[i]) else mj[i]/(xm-xj[i])
                  /(xm-xj[i]),i,1,an),xa,fmin,xb,fmax,10-5*xm,a1);
writetext({<
Abscisse for stagnationspunktet xm = });
write({-d.ddd10-d},xm);

rmaxn:=rmax:=max(MI,n)*3.1416/U;
rmin:=min(MI,n)*3.1416/U/10;
rminn:=rmin:=if rmin=0 then rmax/10 else rmin;
comment rmax og rmin har ingen fysisk betydning;
psi:=sum(MI[i],i,1,n)/2;
writetext({<
psinul = }); write({-d.ddd10-d},psi); writecr;
writetext({
Koordinater og hastigheder på pladen

+
.....X-XM,.....Y,.....W/U,.....W/U
});

h:=0;
step:=(xj[1]-xm)/12;
x:=xm;
forstp:
x:=x+step;
if x=xj[h+1] then x:=x-step/200;

forny:
y:=zero(y,Uxy+sum(if -,doub[i] then mj[i]*AT(y/(x-xj[i])) else
                  -mj[i]*y/((x-xj[i])2+yxy),i,1,an)-psi,rmin,fmin,rmax,fmax,10-4*y,ab);
forw:
w:=sqrt((U+sum(if -,doub[i] then mj[i]*(x-xj[i])/((x-xj[i])2+yxy) else
               -mj[i]*(1-2*(y/sqrt((x-xj[i])2+yxy))2/((x-xj[i])2+yxy),i,1,an))2
         +(sum(if -,doub[i] then mj[i]*y/((x-xj[i])2+yxy) else -2*mj[i]*
               (x-xj[i])*y/((x-xj[i])2+yxy)2,i,1,an))2);

```



```

write(⟨1.1,-ddd.d0010-d⟩,x-xm,y); write(⟨1.1,-ddd.ddd⟩,w/U);
PRINT(w/U);
writecr;

```

```

if x<xj[h+1]-step/100 then
  begin

```

```

    rmax:=rmaxn;
    rmin:=rminn;
    goto forstp;

```

```

  end;

```

```

  h:=h+1;

```

```

  if h<an-1 then

```

```

    begin

```

```

      step:=(xj[h+1]-xj[h])/3;
      x:=xj[h];
      rmax:=rmaxn;
      rmin:=rminn;
      goto forstp;

```

```

    end else goto slut;

```

```

a1:

```

```

writetext(⟨'
Fejl i xa eller xb⟩); goto slut;

```

```

ab:

```

```

if rmax>32×rmaxn then

```

```

  begin

```

```

    writetext(⟨<
Ak, ny begyndelsesværdi ønskes. rmax = ⟩);
    write(⟨-d.ddd10-d⟩,rmax);
    writetext(⟨'. fmax = ⟩);
    write(⟨-d.ddd10-d⟩,fmax);
    writecr;
    goto slut;

```

```

  end;

```

```

if rmin<ω-6×rminn then

```

```

  begin

```

```

    y:=0;
    goto forw;

```

```

  end;

```

```

if fmin>0 then rmin:=rmin/10;

```

```

if fmax<0 then rmax:=2×rmax;

```

```

goto forny;

```

```

slut:

```

```

end

```

```

end;

```

APPENDIKS VI.

Bestemmelse af det laminære grænselags separationslinie.

Ved beregning af laminære, to-dimensionale grænselag tages almindeligvis bevægelsesmængdeintegralligningen som udgangspunkt.

I dimensionsløs form ser den således ud:

$$\frac{1}{Reh} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = U_1^2 \frac{d\theta}{dx} + (2\theta + \delta_*) U_1 \frac{dU_1}{dx} \quad (A1)$$

hvor længder er gjort dimensionsløse med modeltykkelsen h , og hastigheder er gjort dimensionsløse med fristrømhastigheden U_0 . U_1 er hastigheden lige uden for grænselaget, u er hastigheden i grænselaget som funktion af x og y , θ er bevægelsesmængdetabs-tykkelsen, og δ_* er fortrængningstykkelsen, x måles langs modellens overflade og y vinkelret på overfladen.

Ofte udregnes θ efter:

$$U_1 \frac{d\theta^2}{dx} = - \frac{2}{Reh} \left[(2 + H) Reh \theta^2 \frac{dU_1}{dx} - \frac{\theta}{U_1} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \right] \equiv \frac{2}{Reh} F(\Lambda) \quad (A2)$$

som fås af (A1) ved multiplikation med $2\theta/U$. $H \equiv \delta_*/\theta$,

$$\Lambda \equiv Reh \theta^2 \frac{dU_1}{dx}.$$

For at kunne løse denne ligning indføres visse antagelser om H og $(\partial u/\partial y)_{y=0}$, og ofte antages det, at H og $(\partial u/\partial y)_{y=0}$ er funktioner af Λ (Holstein & Bohlen (1940), Thwaites (1949), Tani (1954)). Som første tilnærmelse liniariseres $F(\Lambda)$, $F(\Lambda) = a+b\Lambda$, og (A2) kan derved let integreres:

$$\theta^2 = \frac{a}{Reh} \frac{1}{(U_1)^b} \int_0^x (U_1)^{b-1} dx \quad (A3)$$

Ved denne integration bliver $\theta^2 \propto 1/Reh$ og Λ dermed uafhængig af Reh . Derved er separationslinien (svarende til en bestemt værdi af Λ) blevet uafhængig af Reh , idet $U_1 = U_1(x)$ findes fra potentialstrømningen. Det må formodes, at liniariseres $F(\Lambda)$ ikke, vil separationsliniens beliggenhed blive afhængig af Reh .

Fig. 1.

Hastigheds- og turbulensfordeling i den lille vindtunnel.

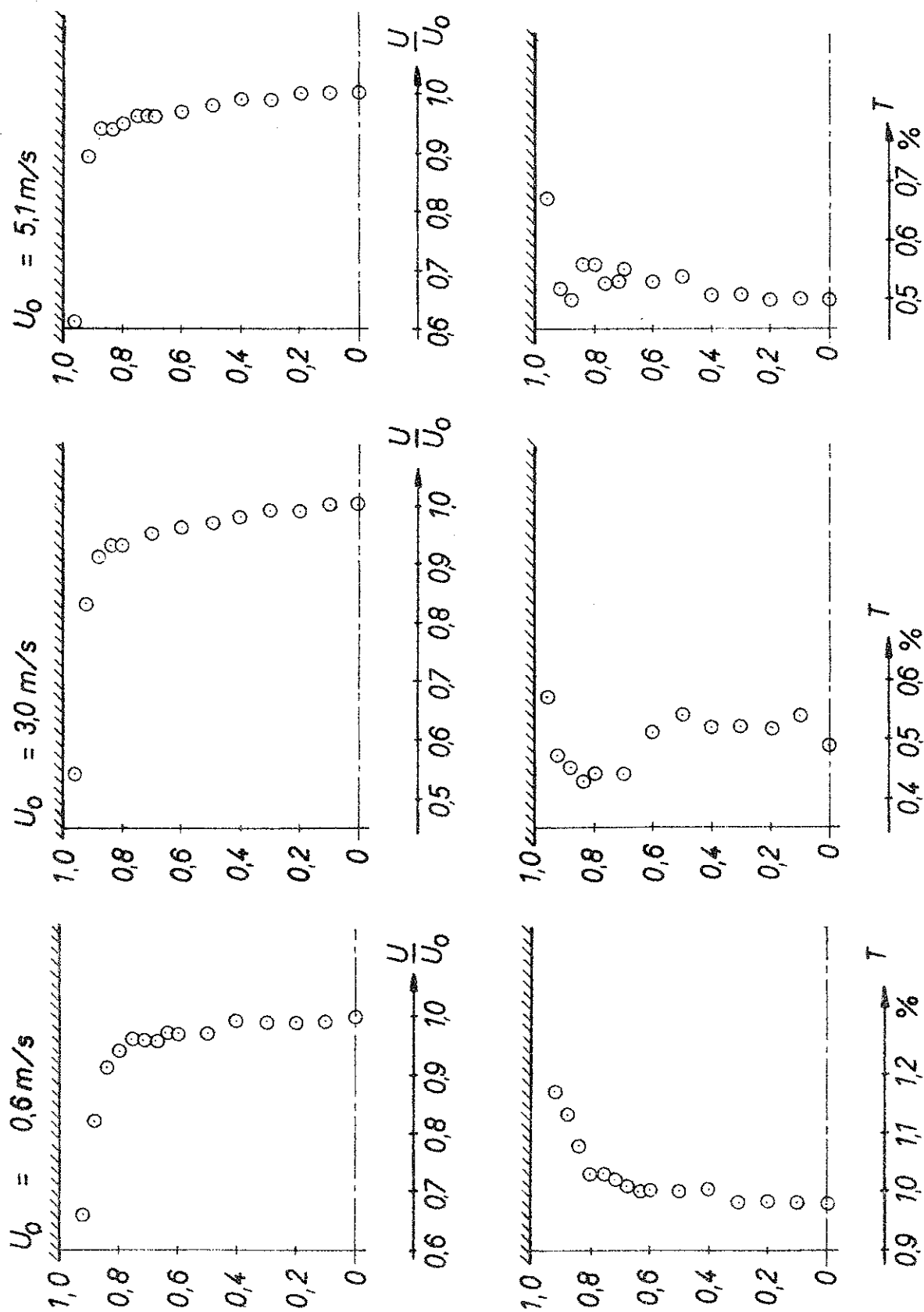
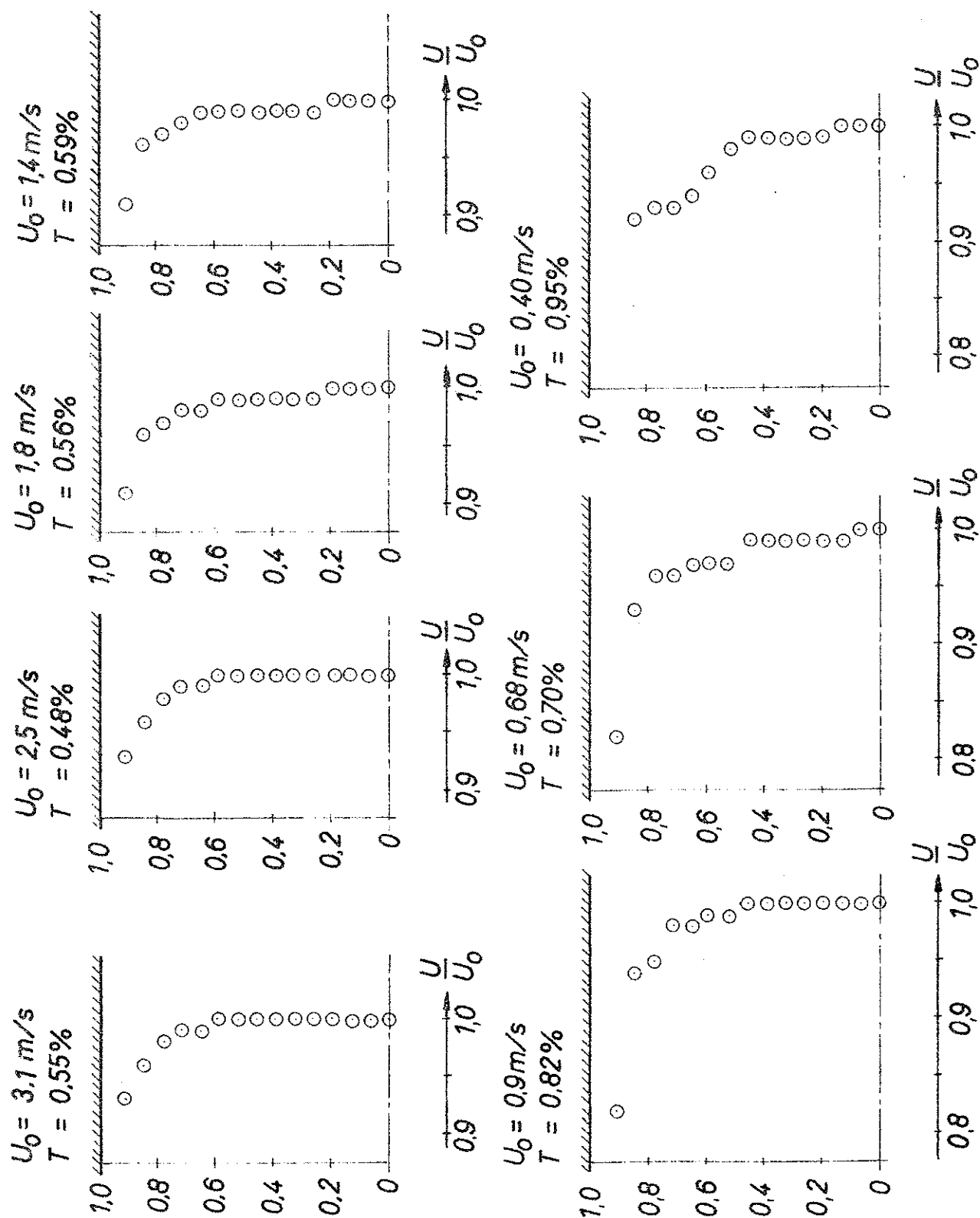


Fig. 2.

Hastigheds- og turbulensfordeling i den store vindtunnel.



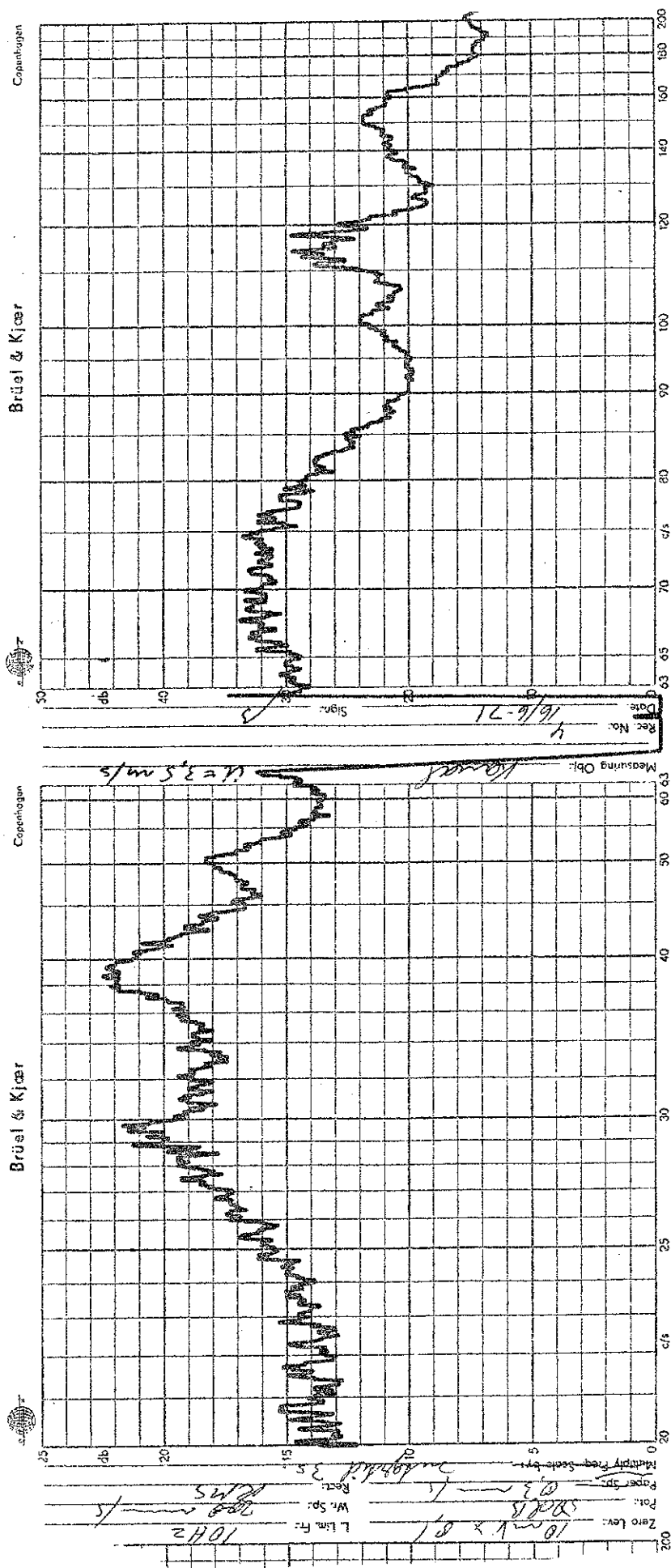


Fig. 3.

Turbulensspektrum i den store vindtunnel før anbringelse af filtre.

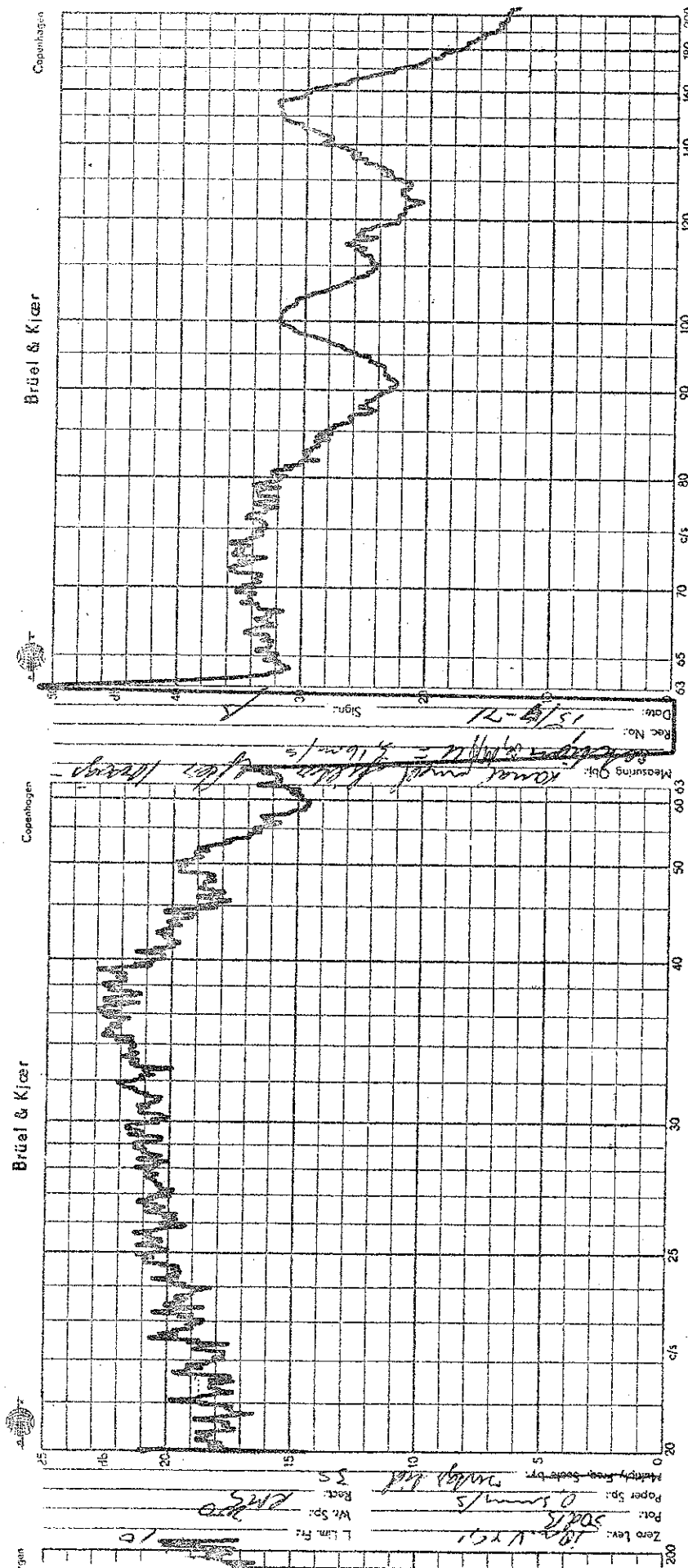
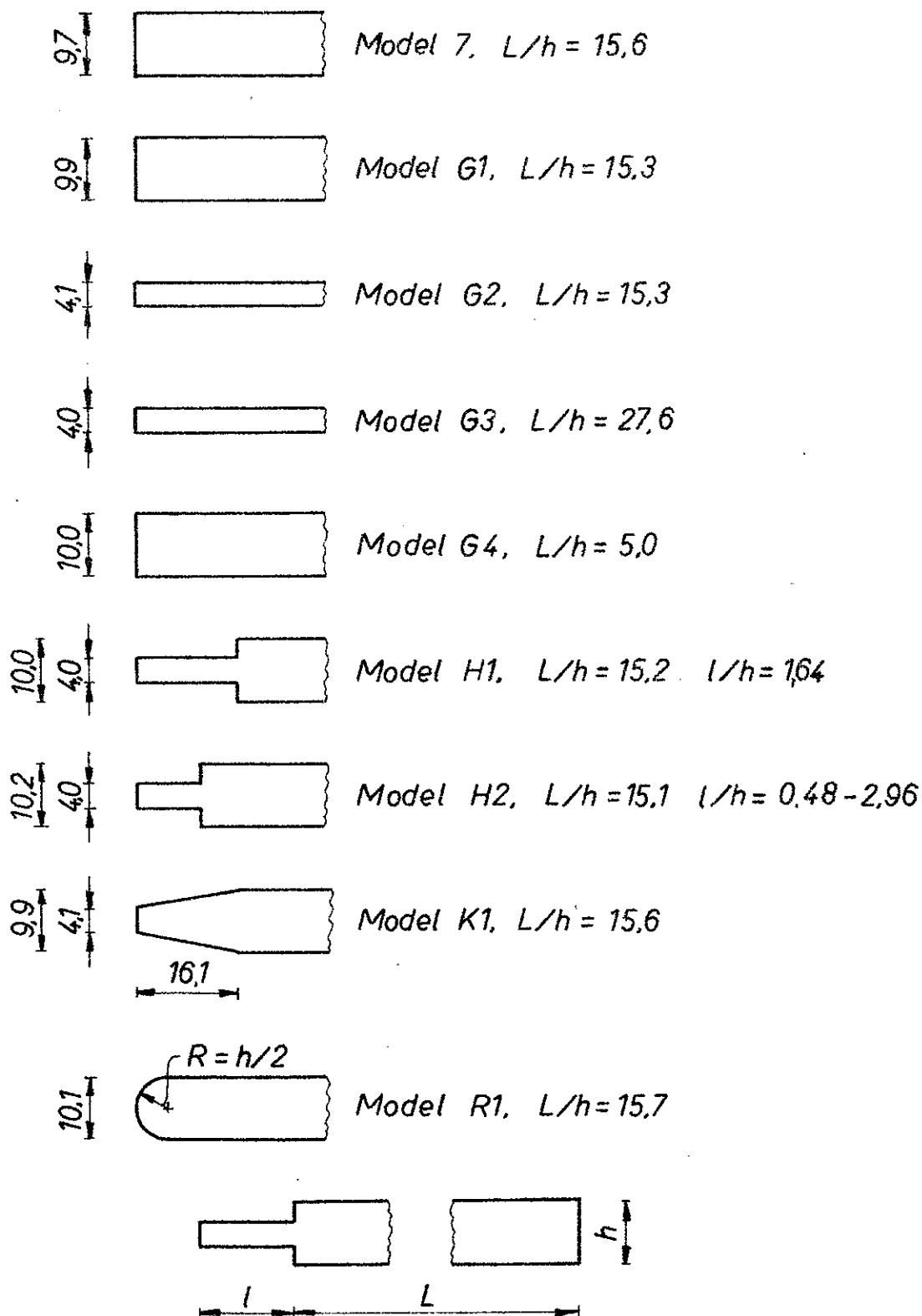


Fig. 4.

..Turbulensspektrum i den store vindtunnel efter anbringelse af filtre.

Fig. 5.

Vindtunnelmodeller.



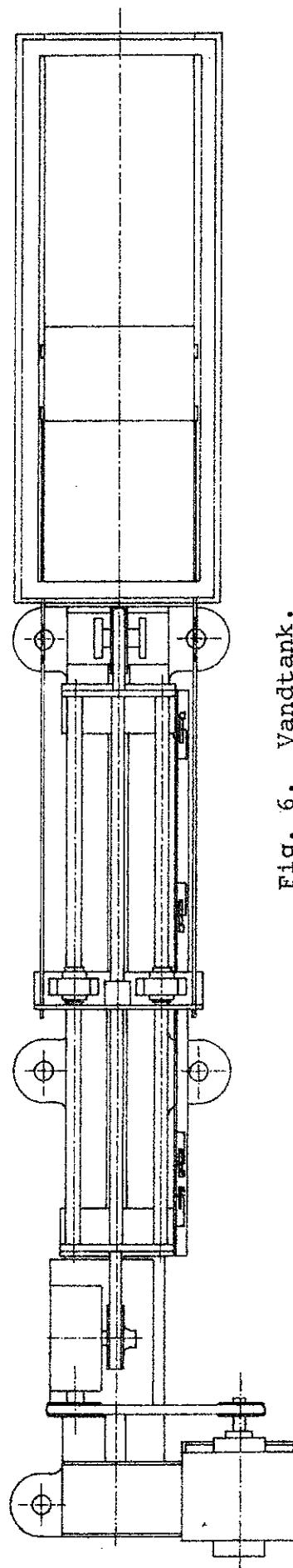
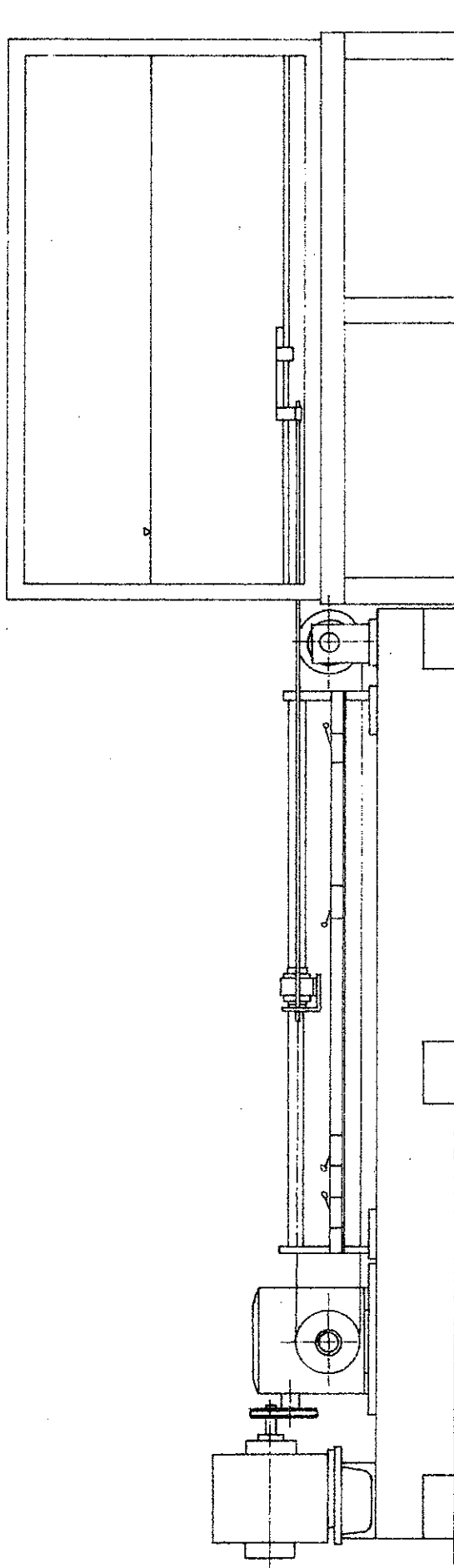


Fig. 6. Vandtank.

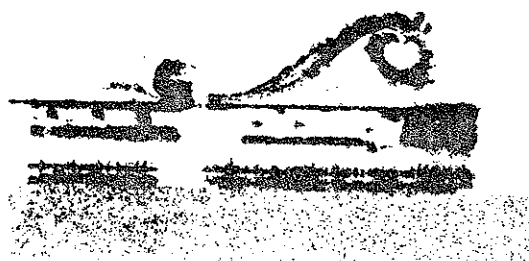


Fig. 7.

Sporlinier i rekolleringsområdet for $Re_h = 450$.
 $x/h = 4,5$; $y/h = 0,04$.

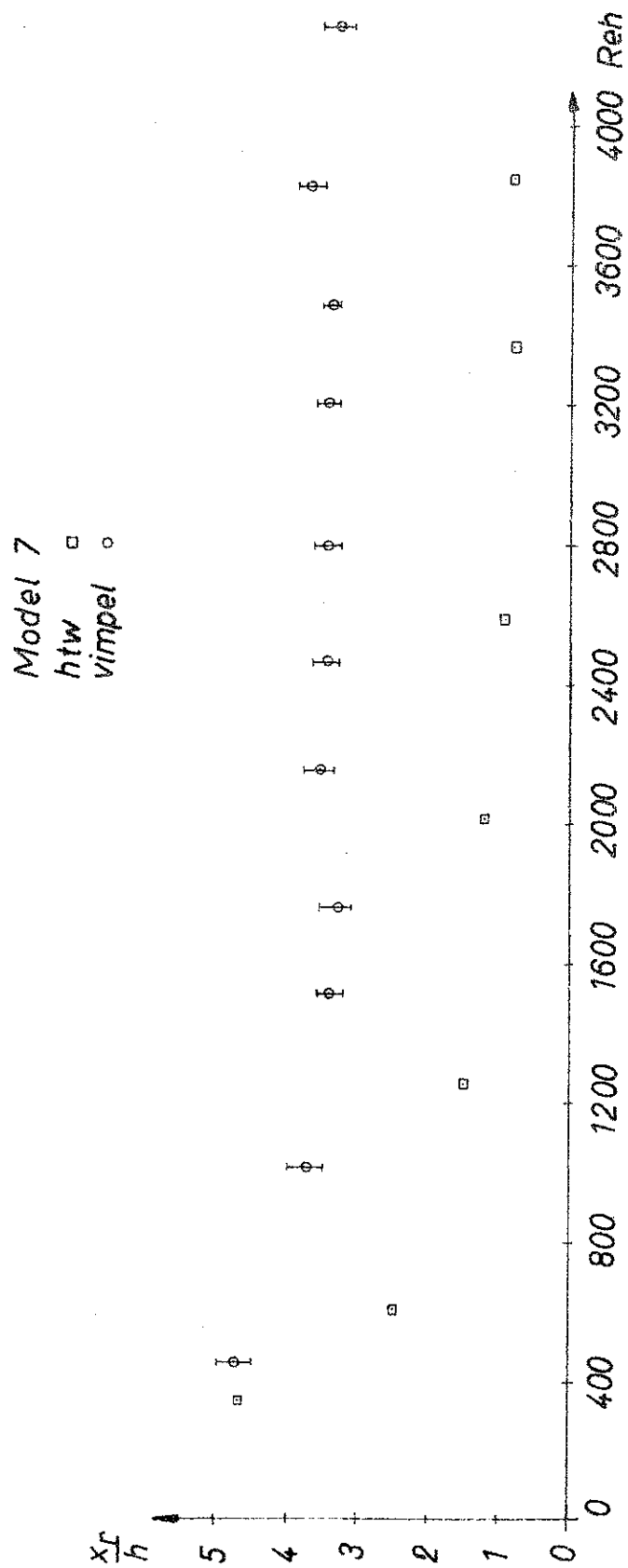


Fig. 8.

Separationsboblens længde.

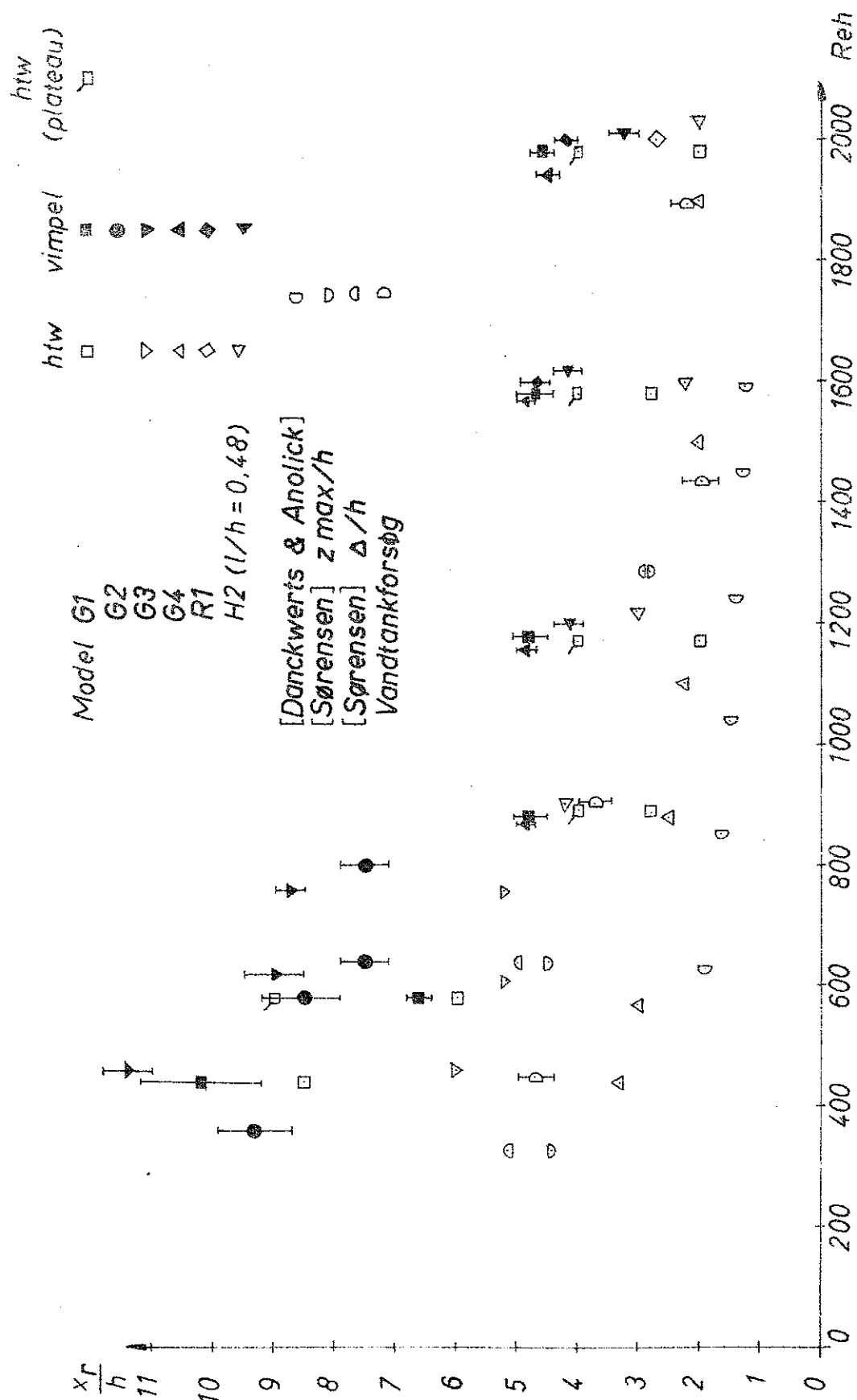
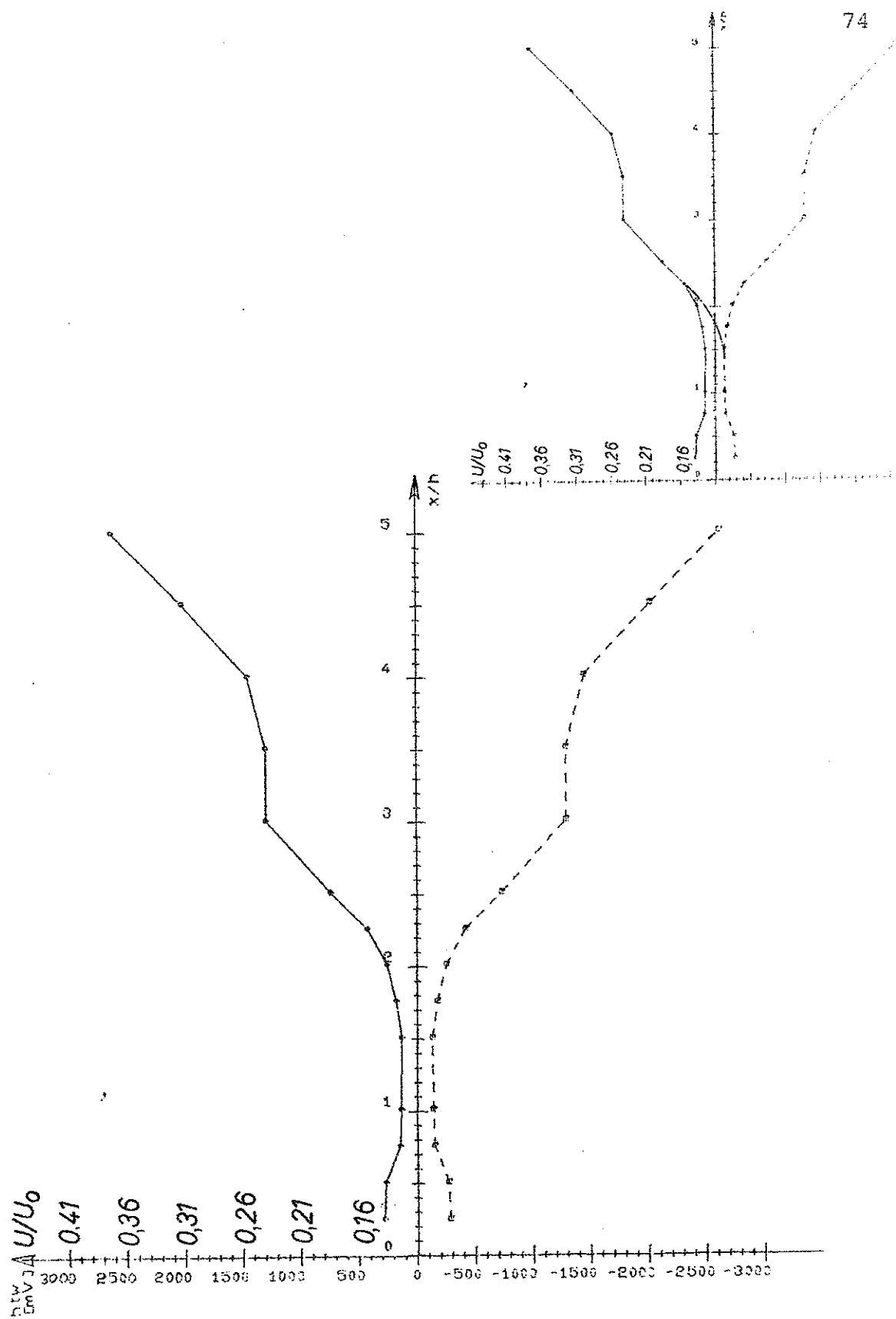
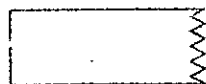


Fig. 9.

Separationsboblens længde.



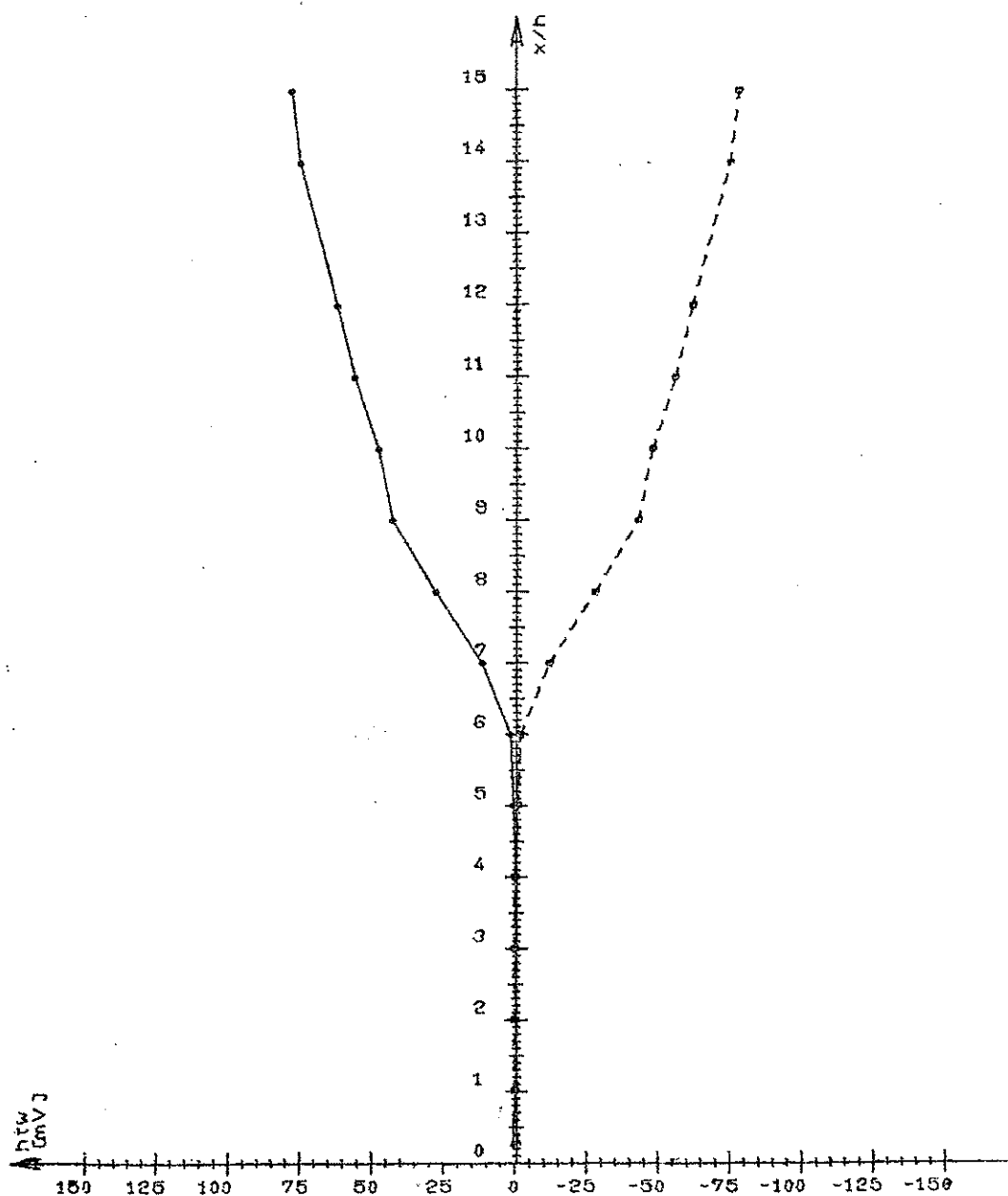
$Re = 2000$
 $y/h = 0.050$



G1

Fig. 10.

9- 8-1971



$$Re = 580$$

$$y/h = 0.050$$

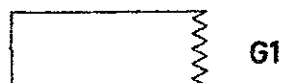
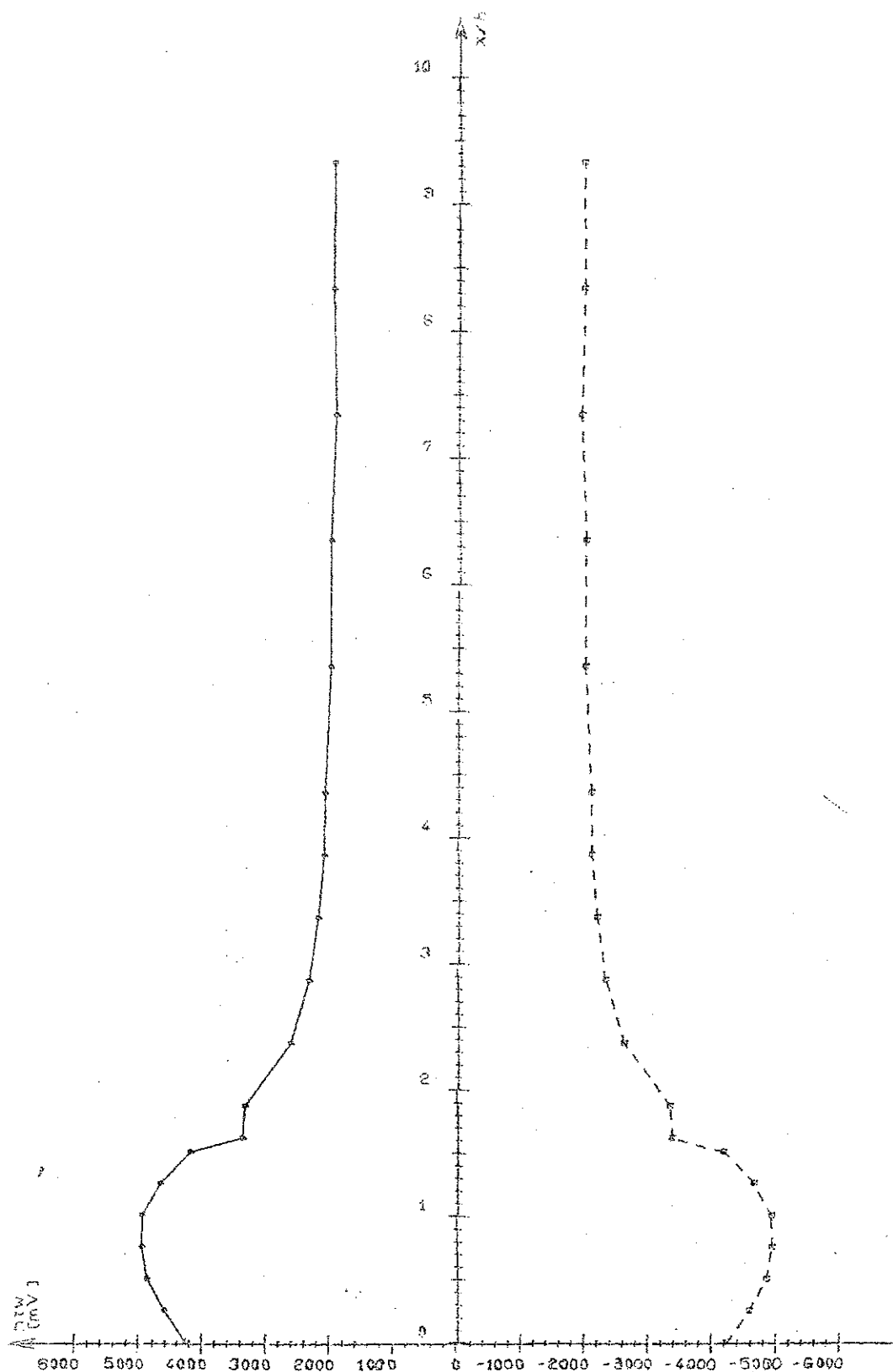


Fig. 11.

5- 8-1971



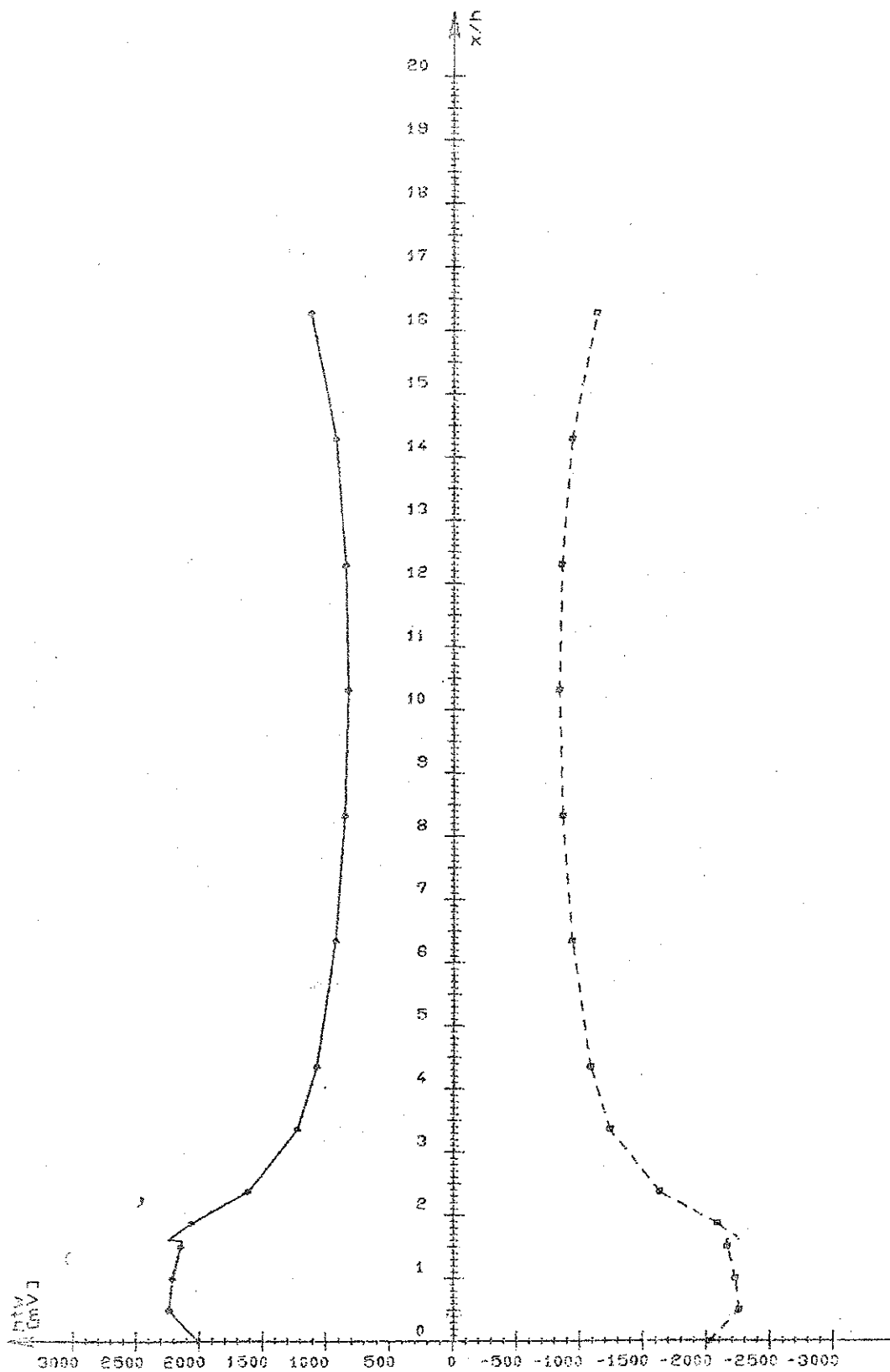
$Re = 2000$

$y/h = 0.025$



Fig. 12.

25- 8-1971

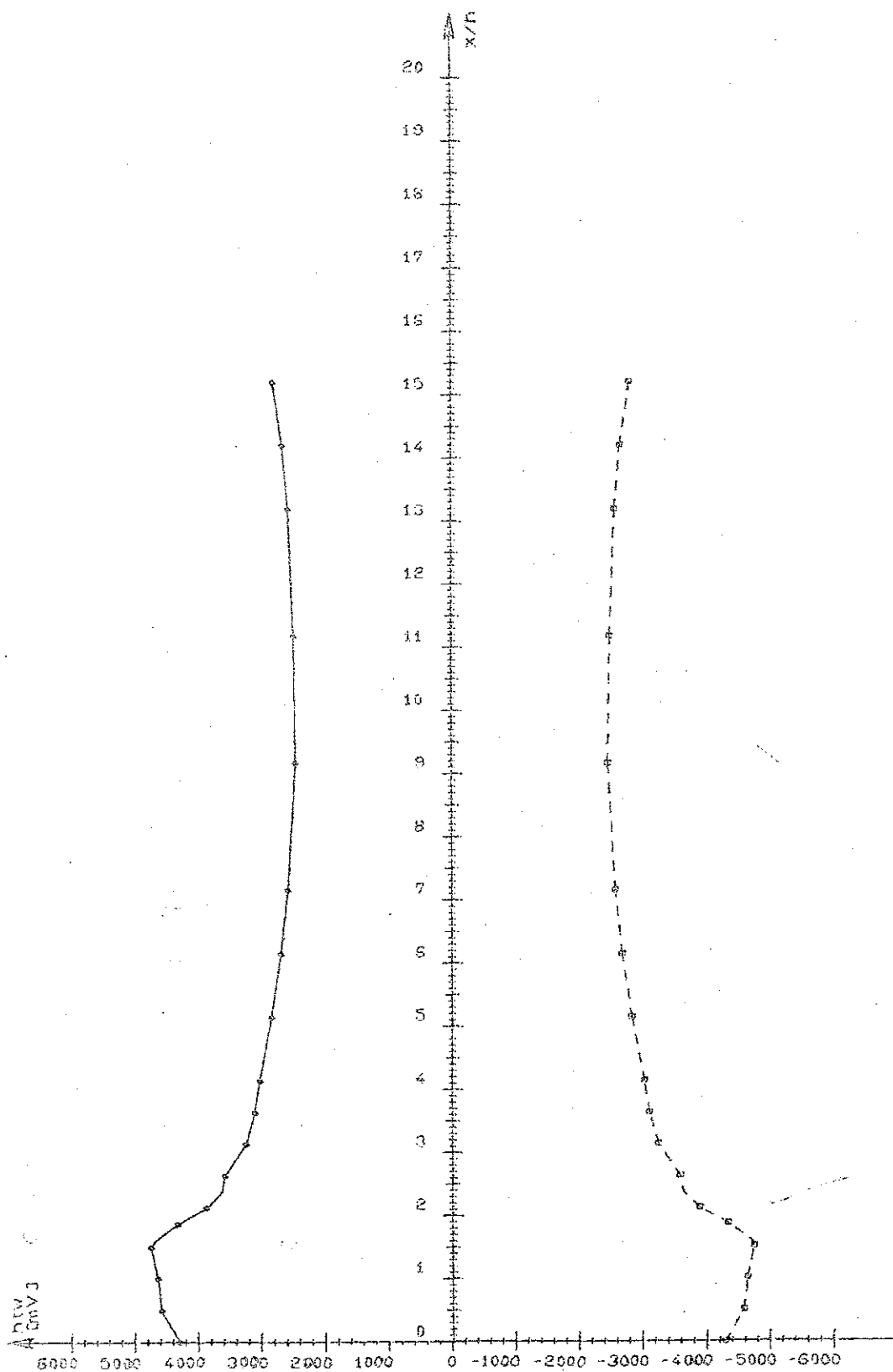


$Re = 590$
 $y/h = 0.100$



Fig. 13.

25- 8-1971



$Re = 1900$
 $y/h = 0.050$

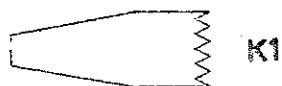
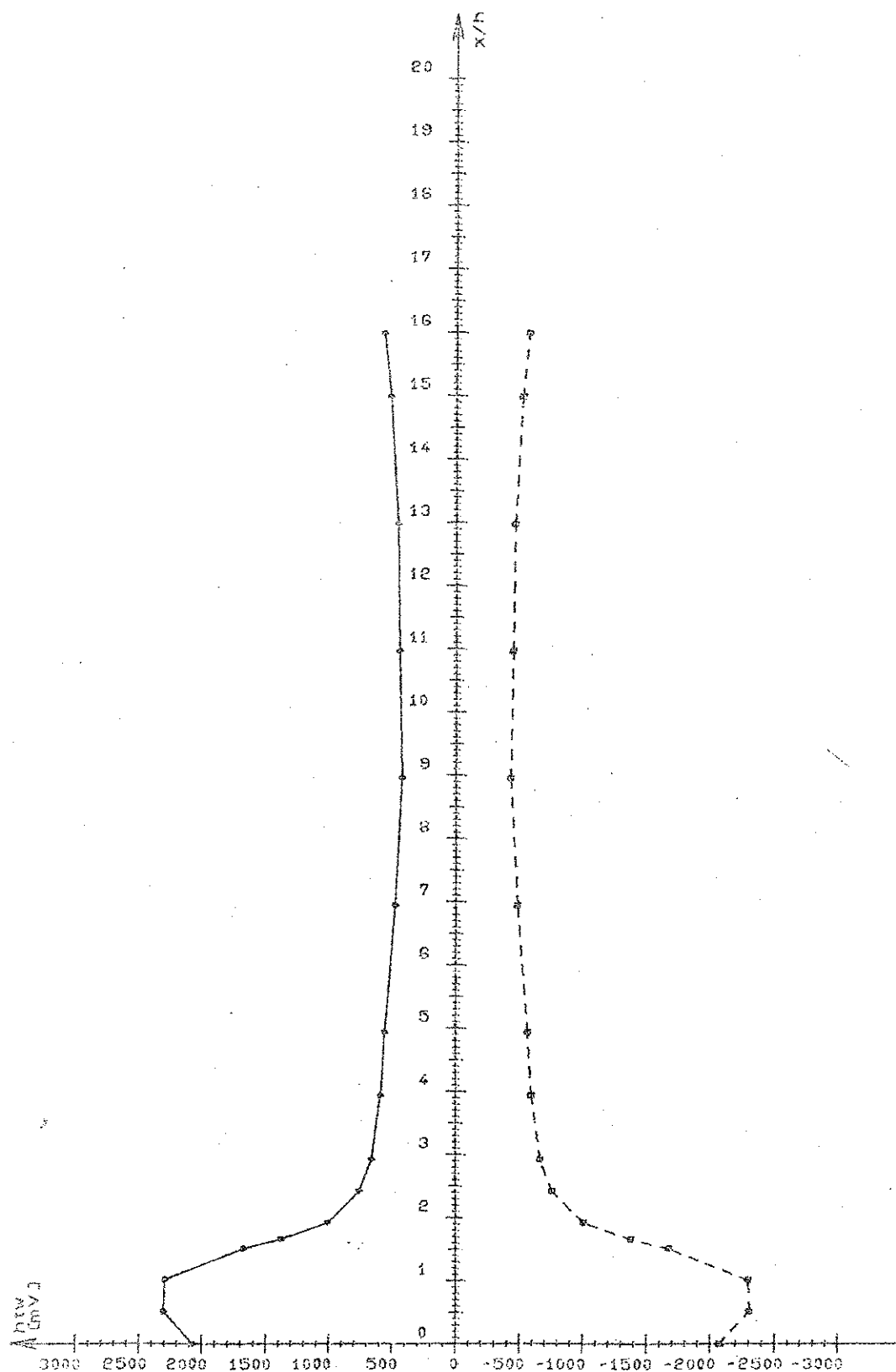


Fig. 14.

26- 8-1371



$$Re = 570$$

$$y/h = 0.050$$

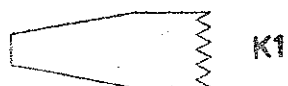
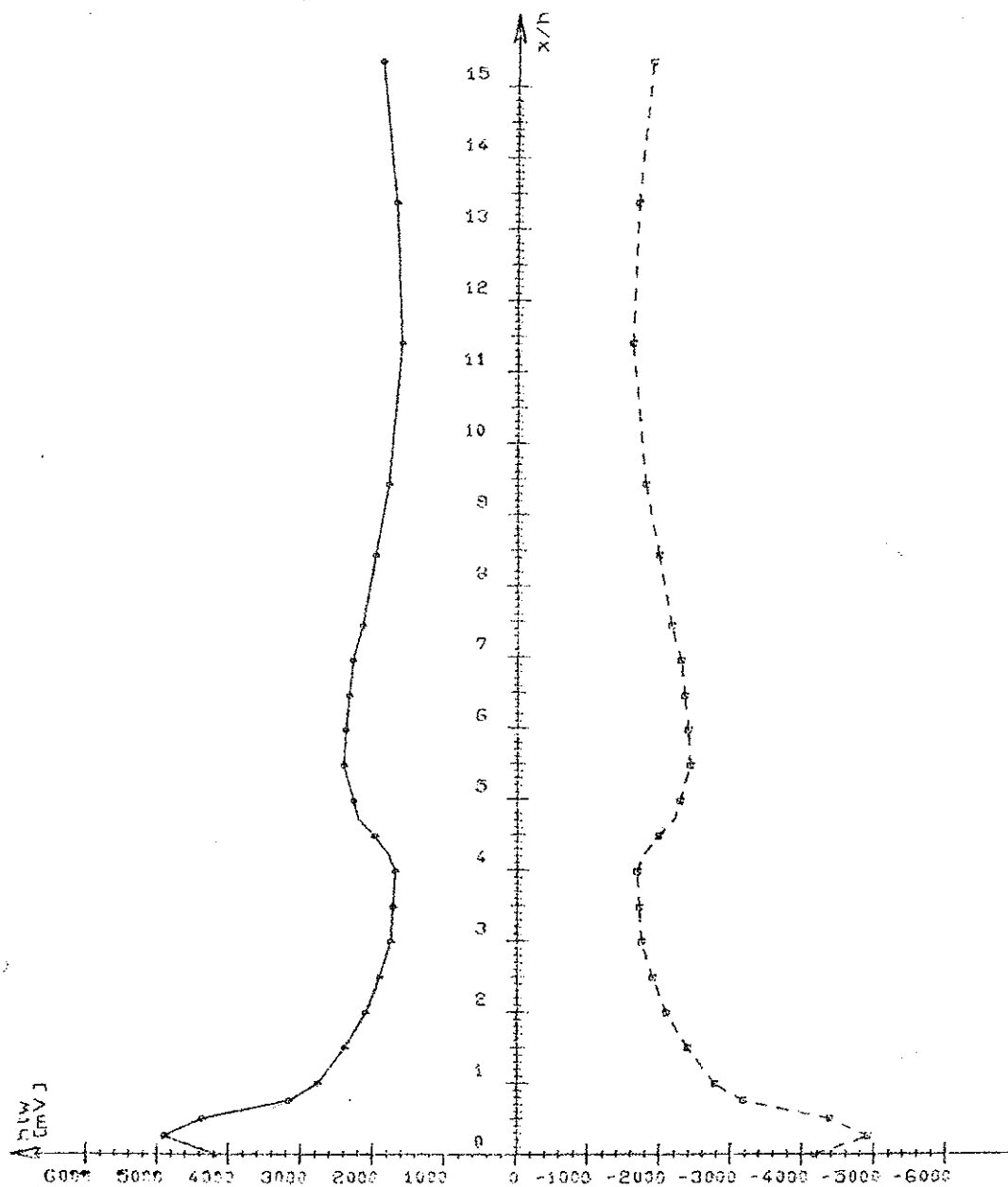


Fig. 15.

26- 8-1971



$$Re = 2000$$

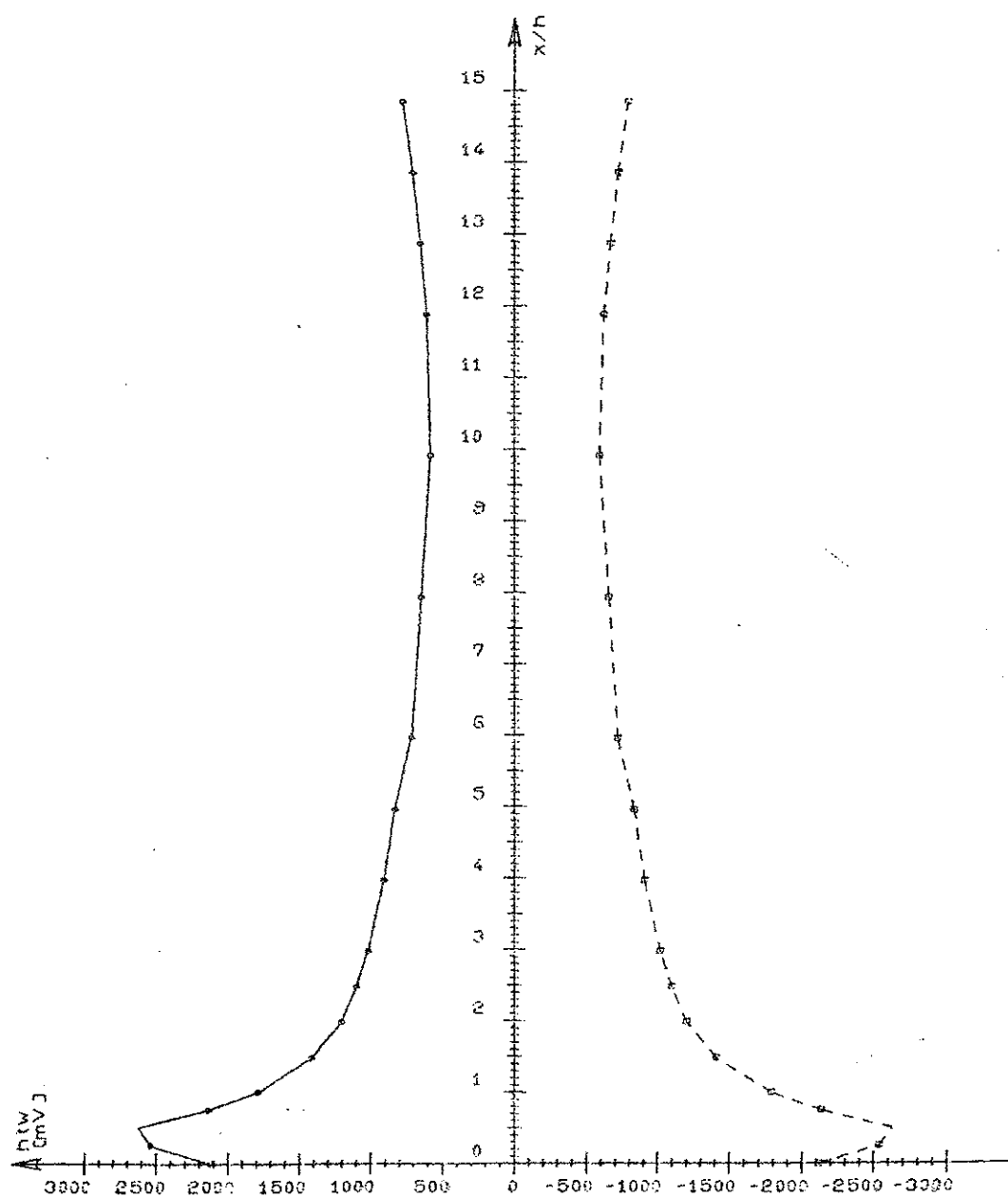
$$y/h = 0.050$$



R1

Fig. 16.

26- 8-1971



$$Re = 580$$

$$y/h = 0.099$$

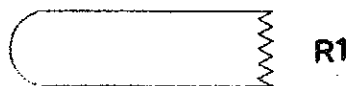
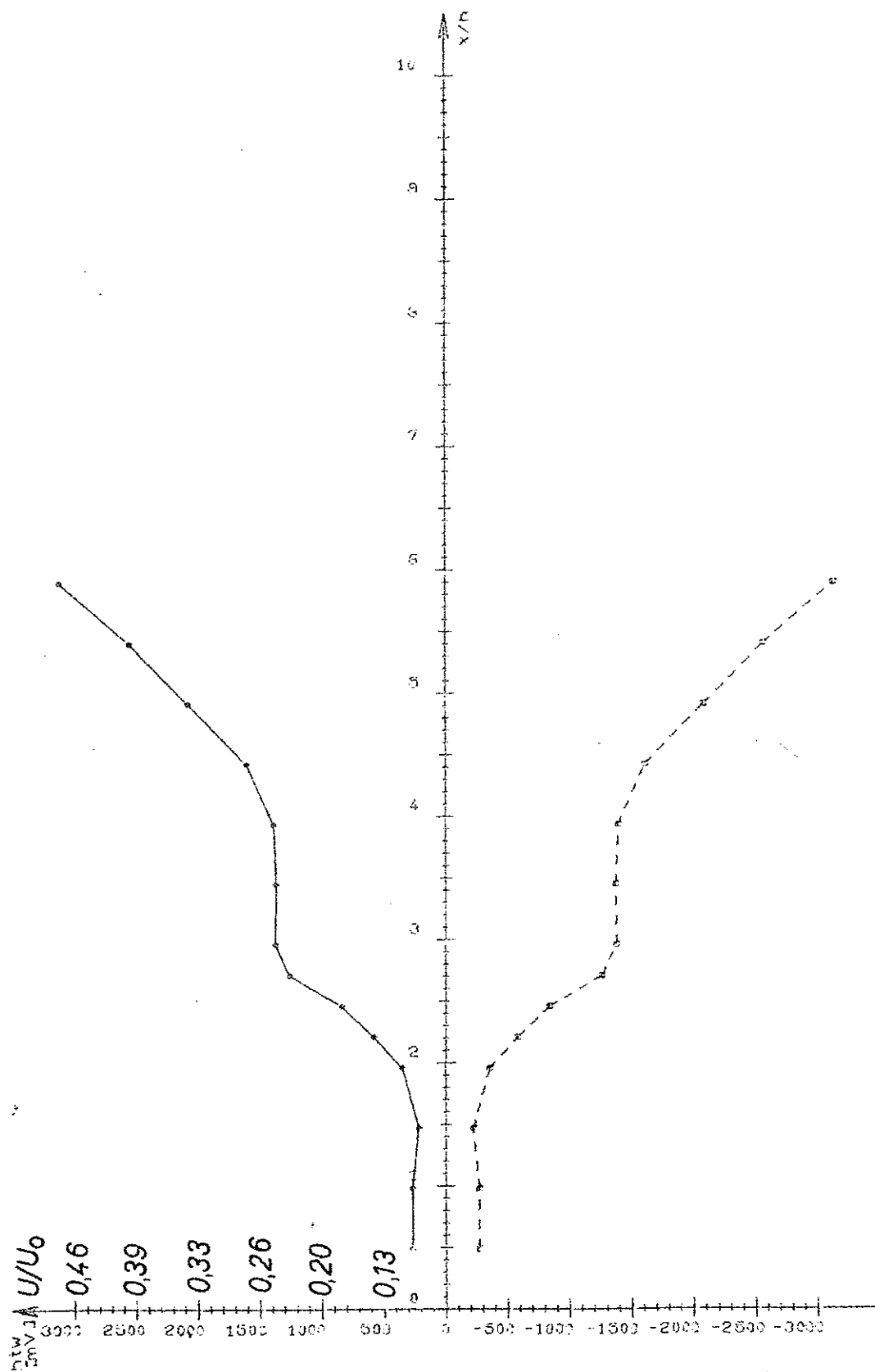


Fig. 17.

26- 8-1971



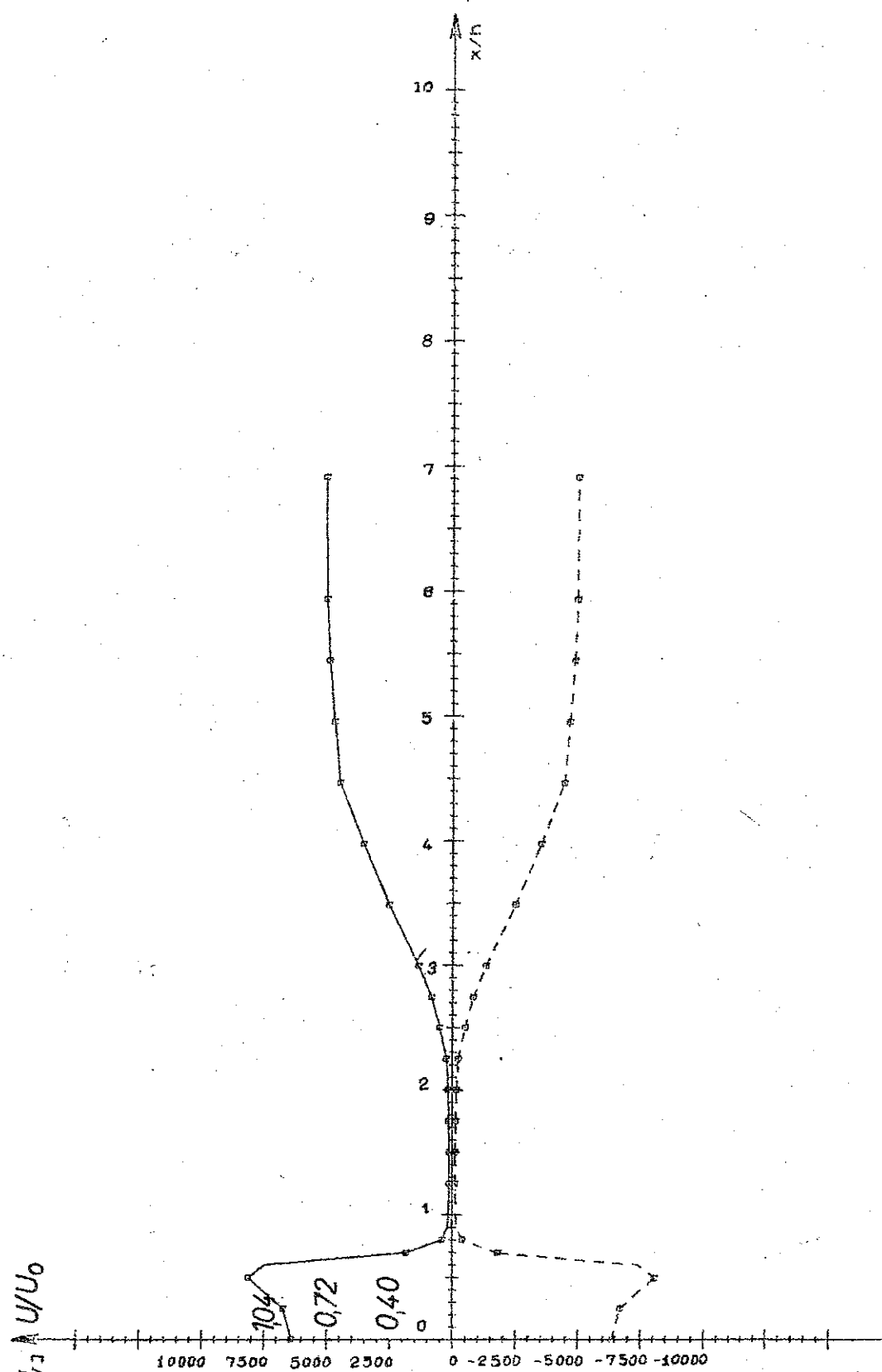
$Re = 2000$
 $y/h = 0.073$



H2

Fig. 18.

15- 3-1972



$Re = 2000$

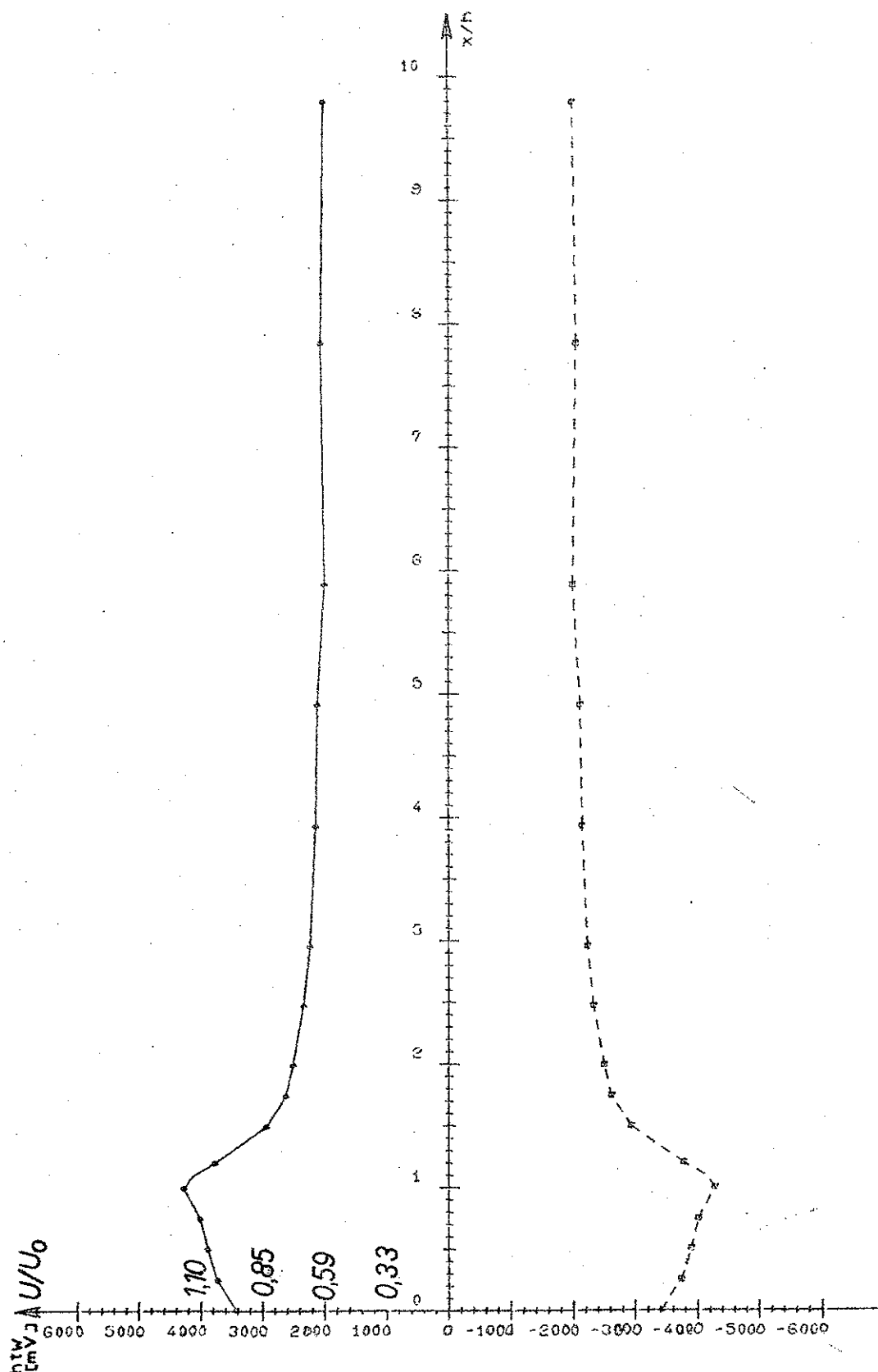
$y/h = 0.049$

Fig. 19.



H2 ($l/h = 0.48$)

16-3-1972



$Re = 2000$

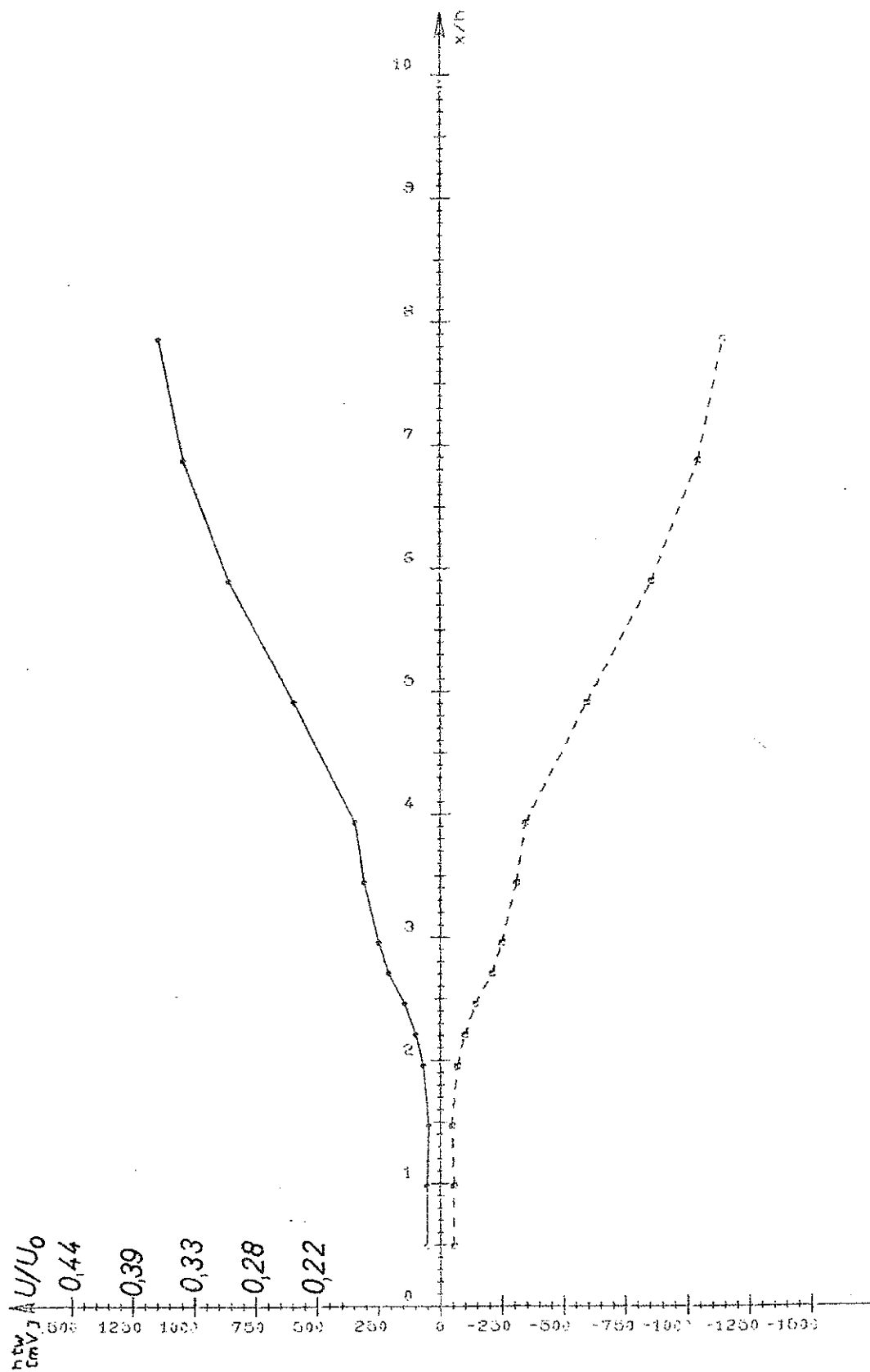
$y/h = 0.049$



H2 ($l/h = 0.98$)

Fig. 20.

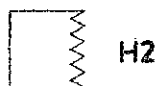
17- 3-1972



$Re = 1200$
 $y/h = 0.098$

$Re = 1200$

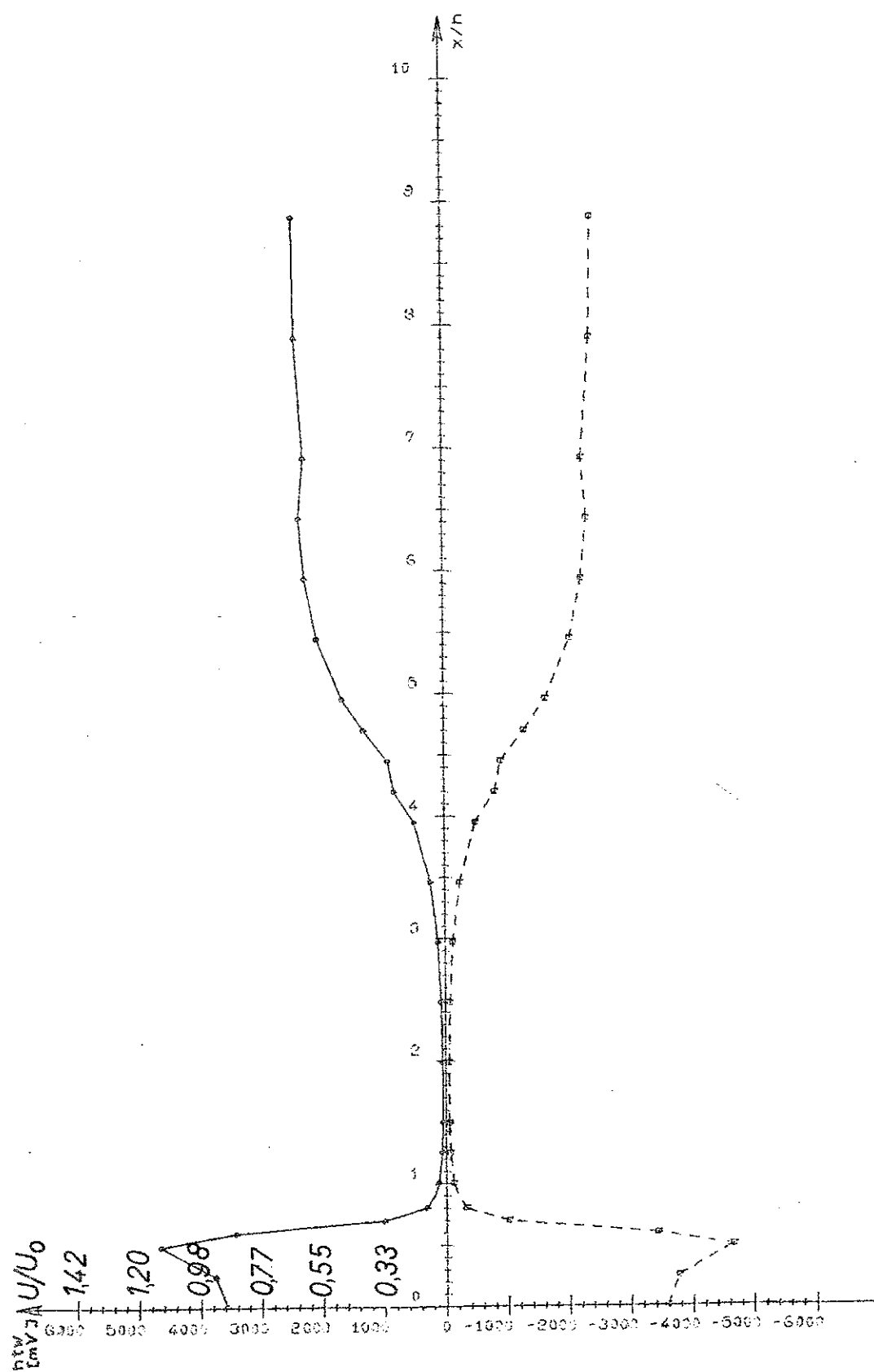
$y/h = 0.098$



H2

Fig. 21.

15- 3-1972



$$Re = 1200$$

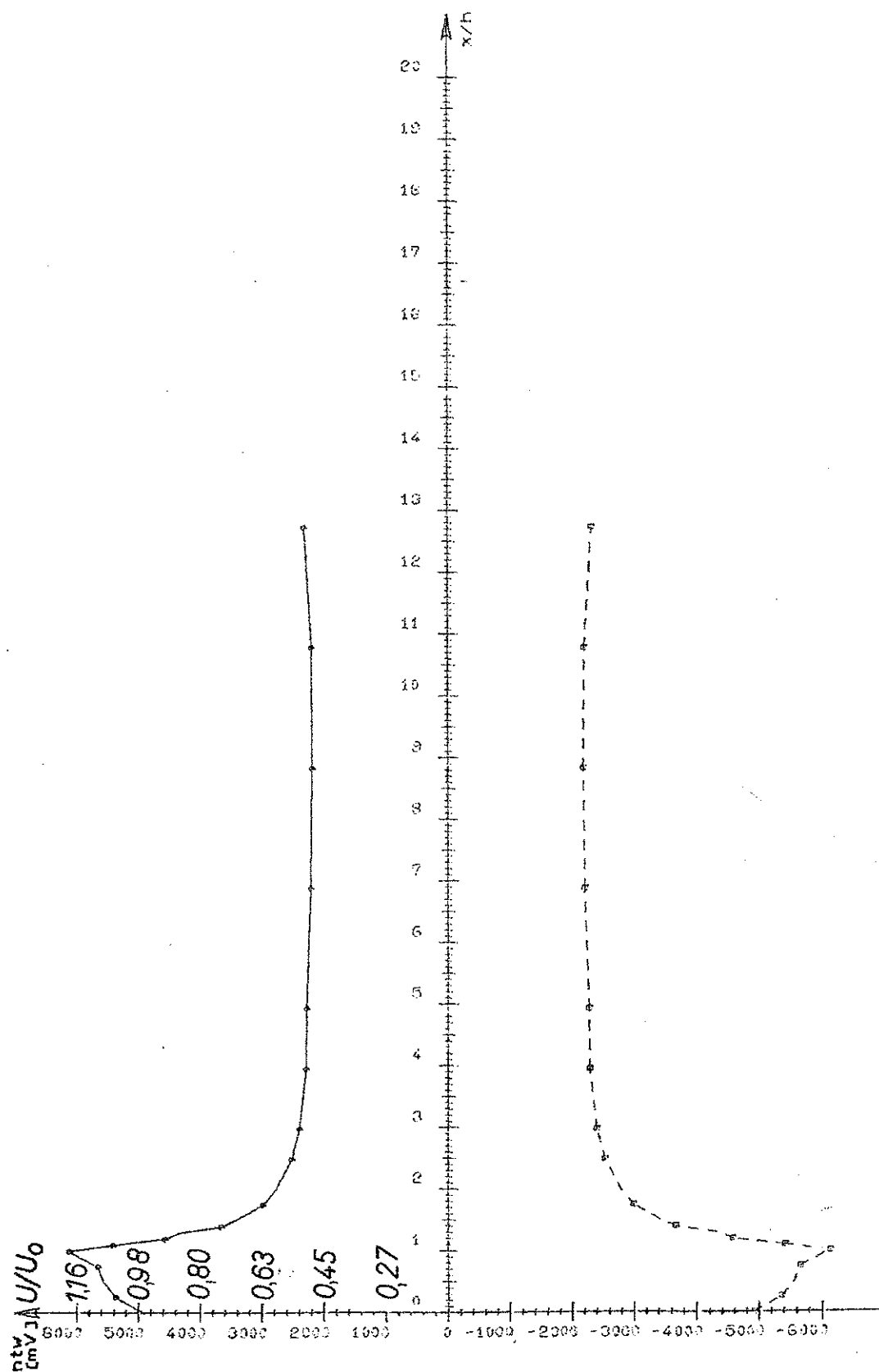
$$y/h = 0.049$$



H2 ($l/h=0.48$)

Fig. 22.

16- 3-1972



$$Re = 1200$$

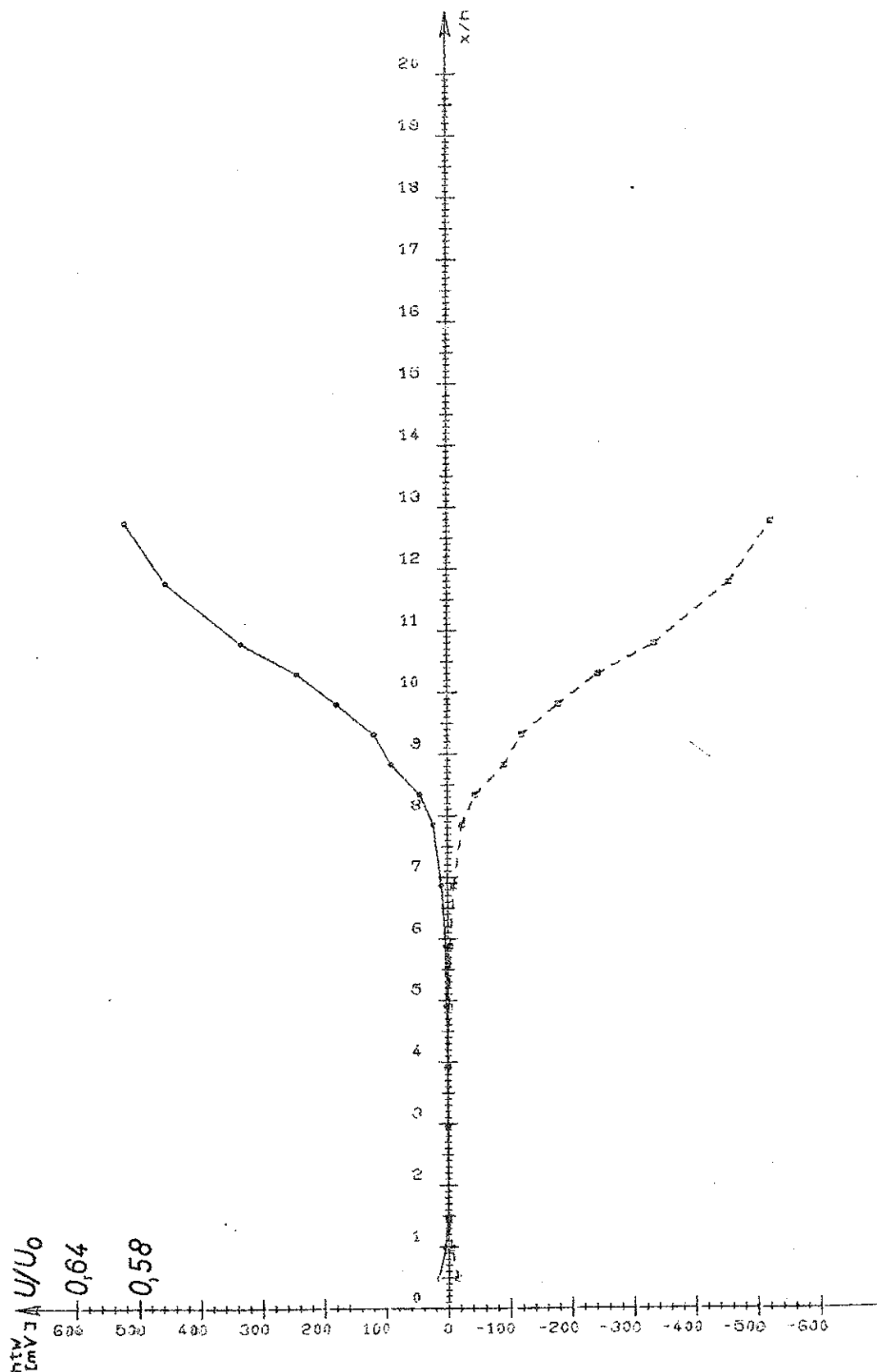
$$y/h = 0.049$$



H2 ($l/h=0.98$)

Fig. 23.

19- 3-1972



$$Re = 450$$

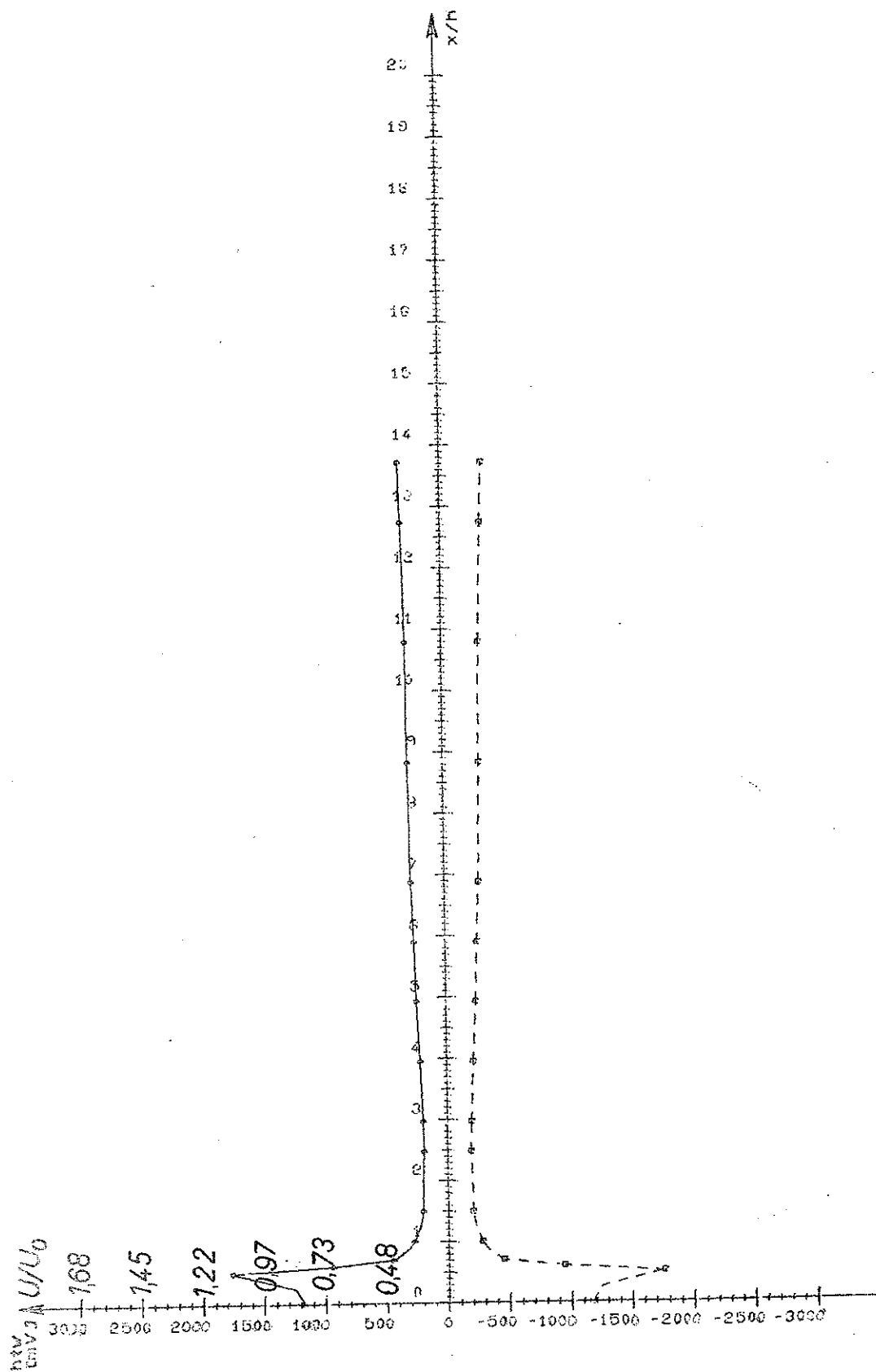
$$y/h = 0.098$$



H2

Fig. 24.

15- 3-1972



$$Re = 460$$

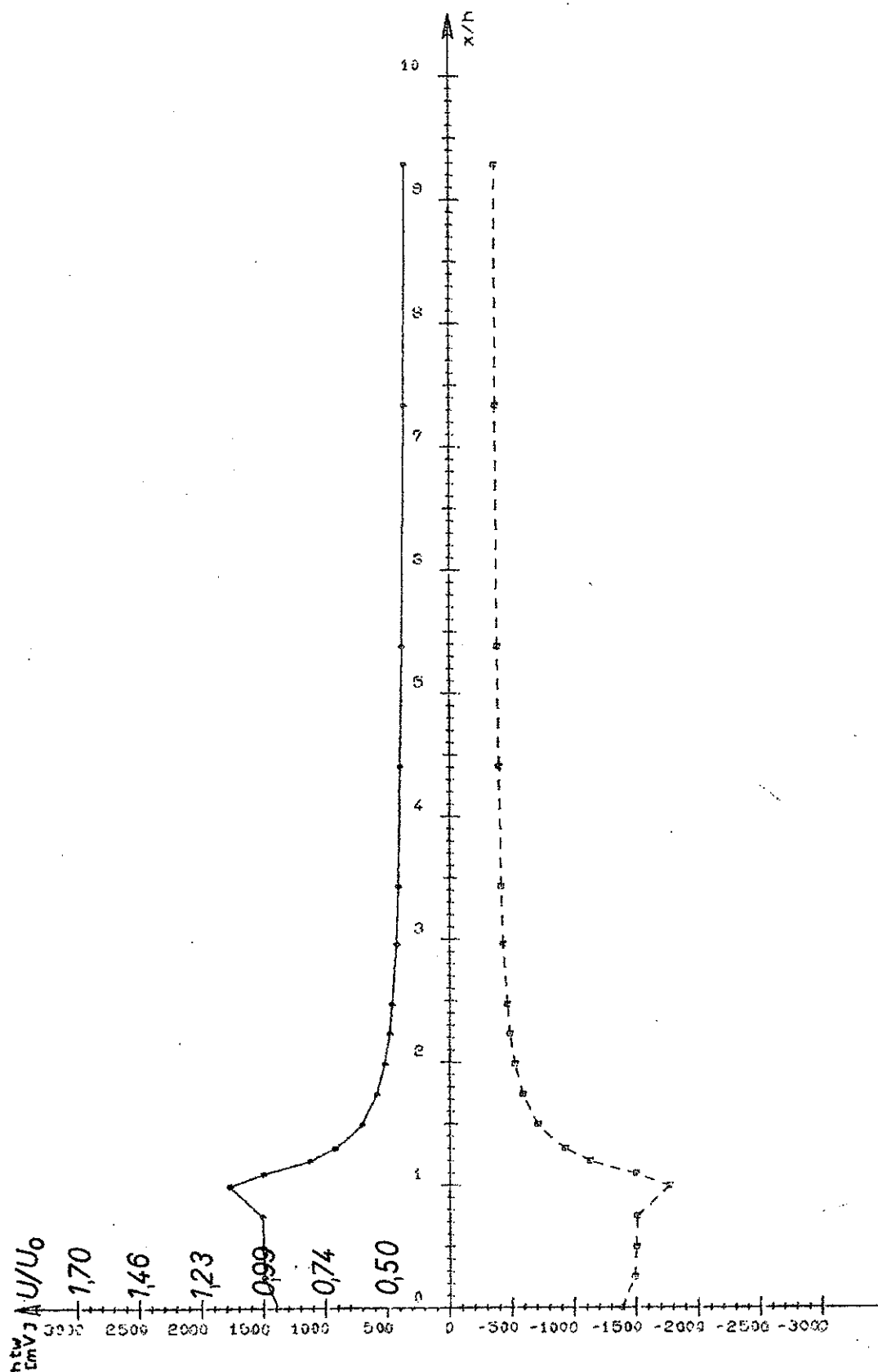
$$y/h = 0.049$$



H_2 ($l/h = 0.48$)

Fig. 25.

17- 3-1972



$Re = 450$

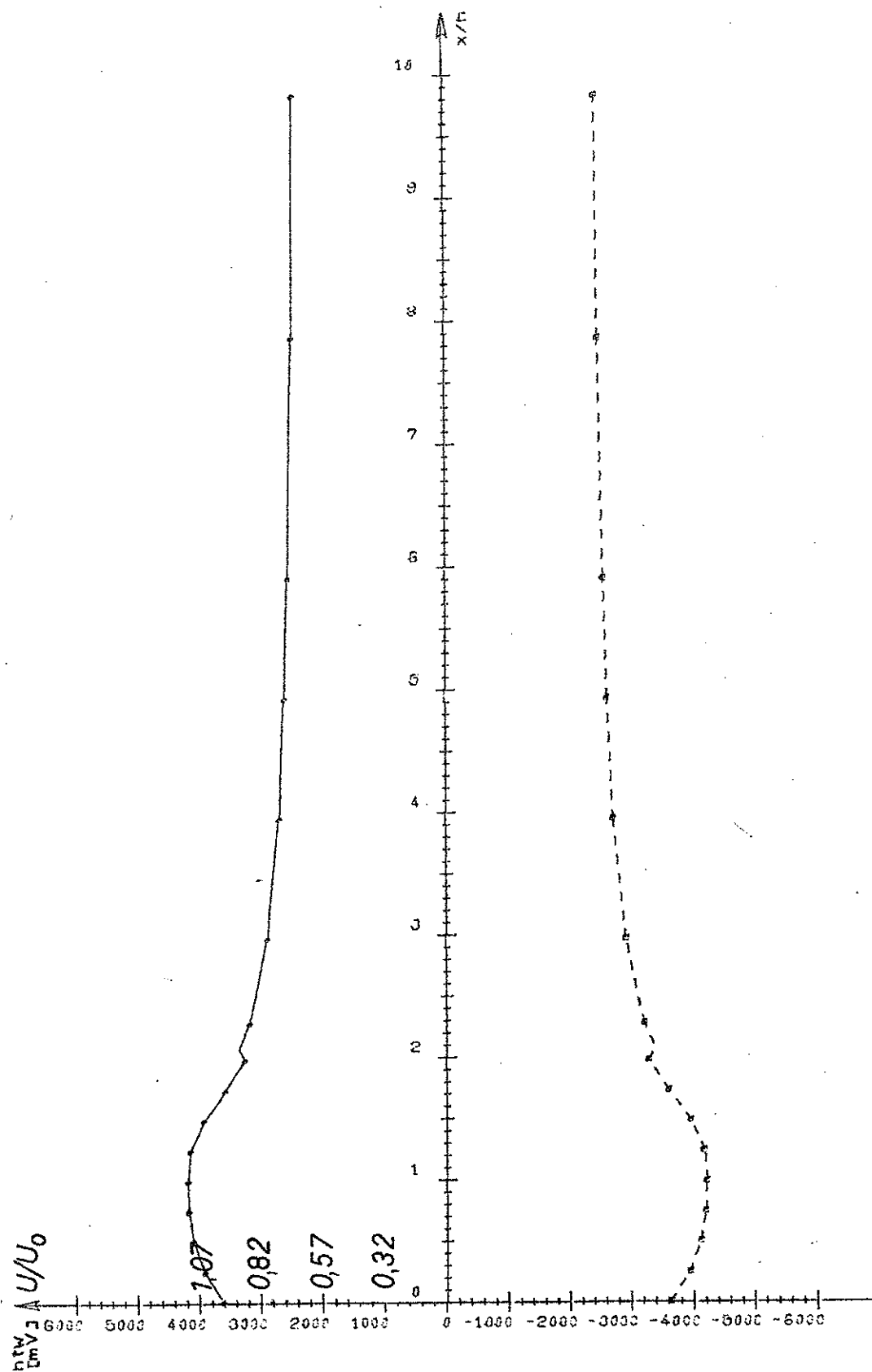
$y/h = 0.073$



H2 ($l/h = 0.98$)

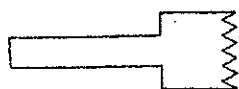
Fig. 26.

20- 3-1972



$Re = 2000$

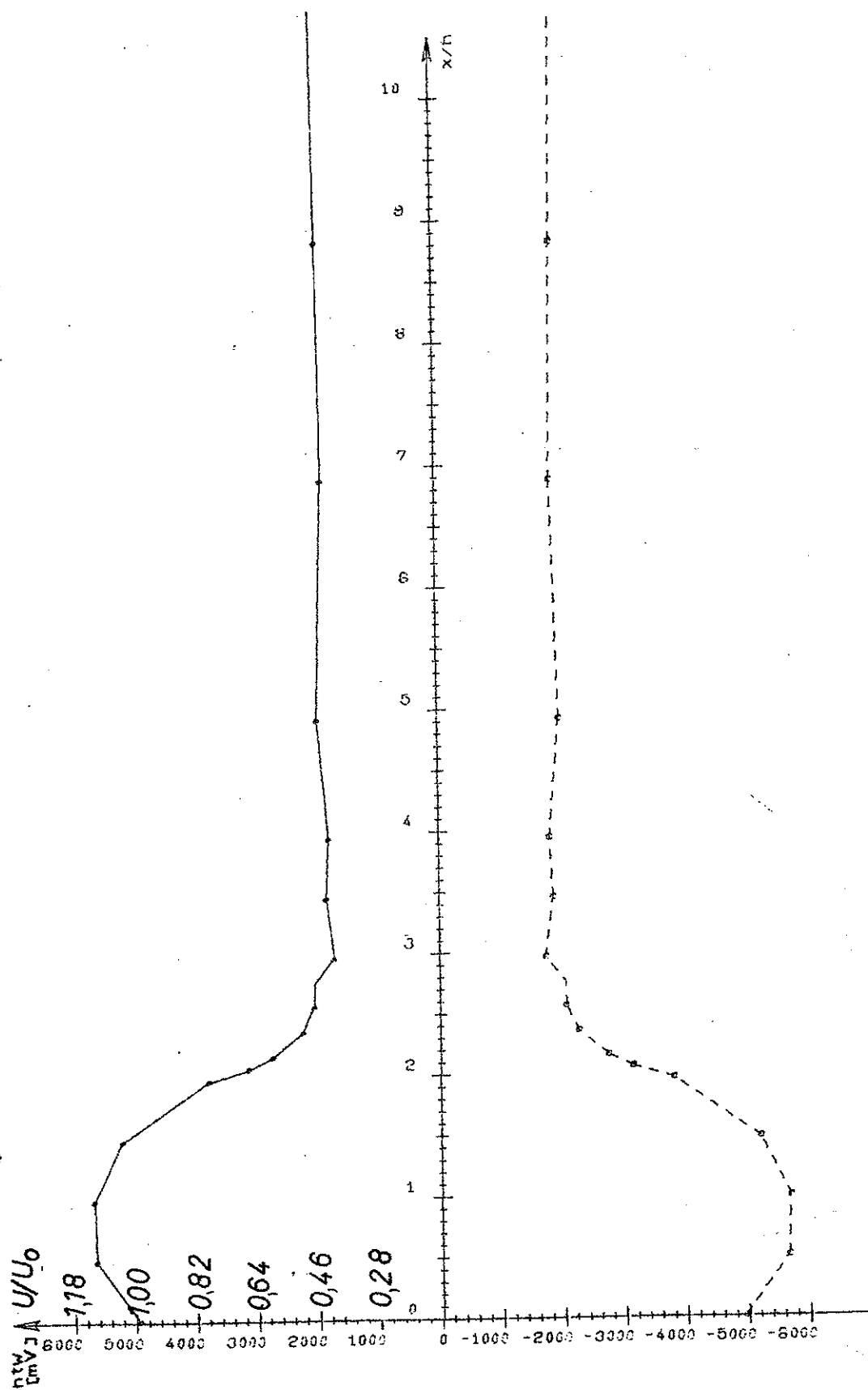
$y/h = 0.049$



H2 ($l/h=1.96$)

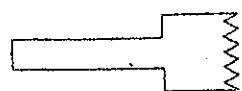
Fig. 27.

22- 3-1972



$$Re = 1200$$

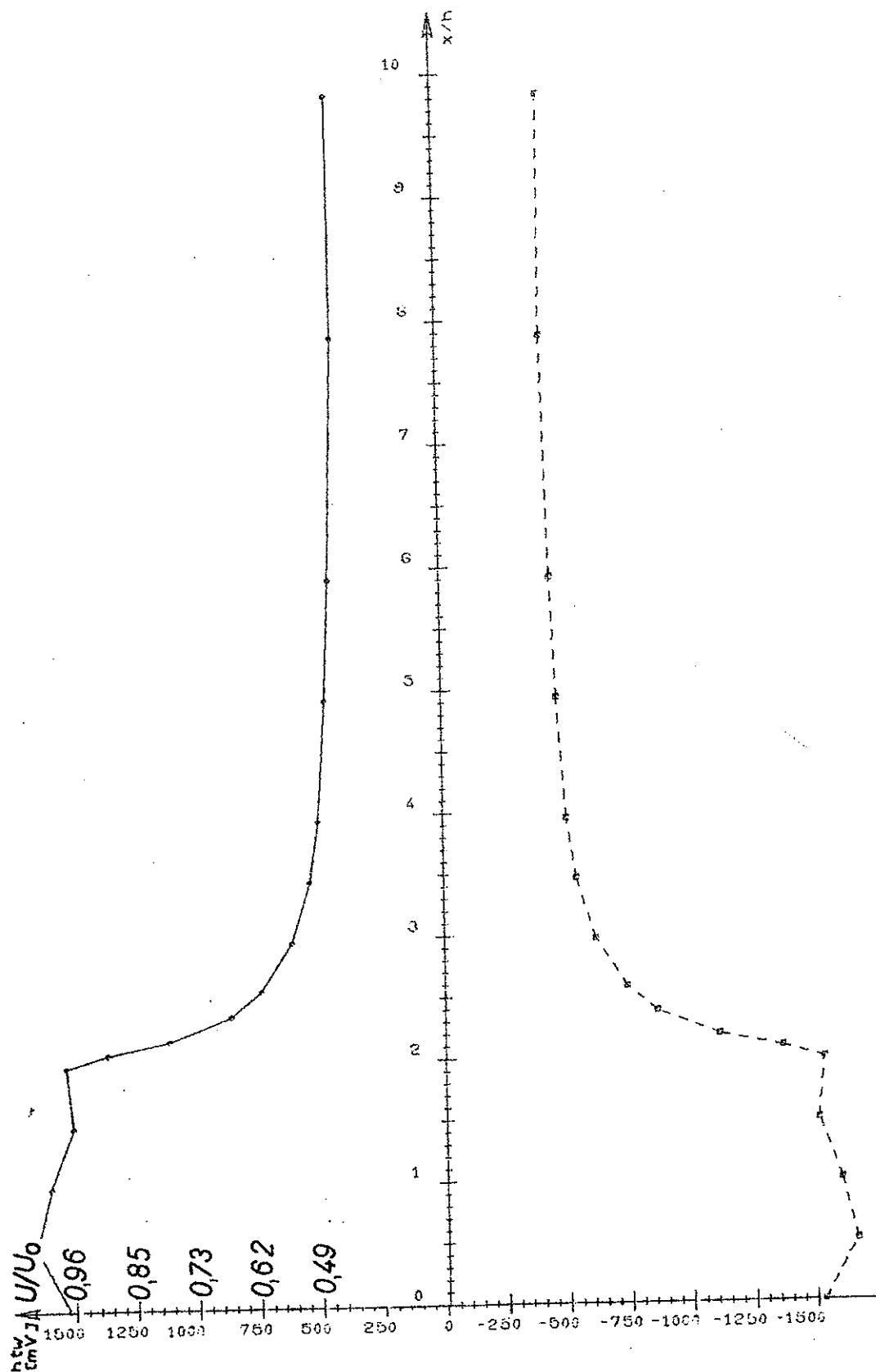
$$y/h = 0.049$$



H2 ($l/h=1.96$)

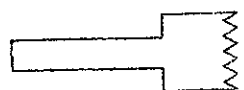
Fig. 28.

22- 3-1972



$Re = 460$

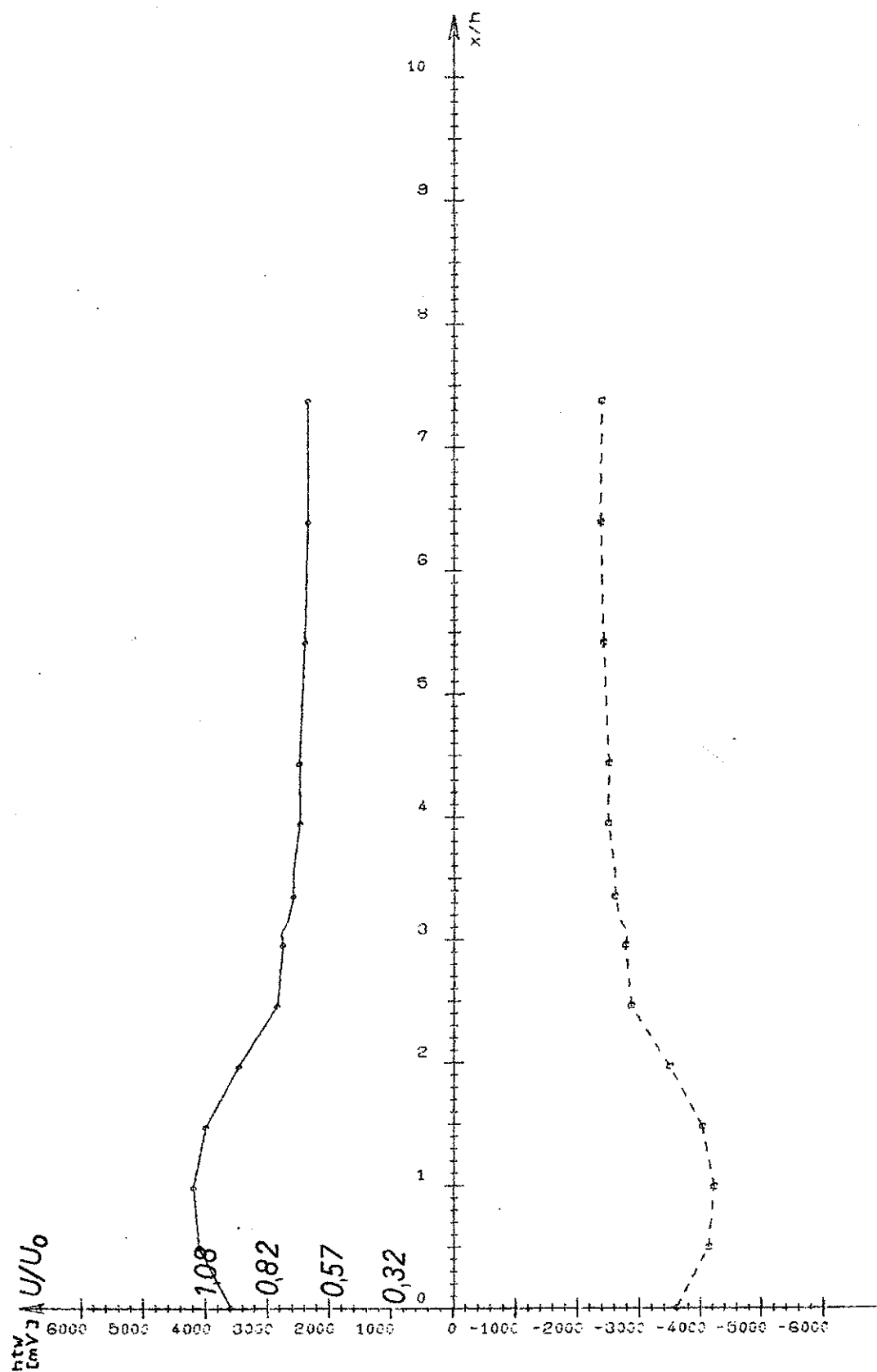
$y/h = 0.073$



H2 ($l/h=1.96$)

22- 3-1972

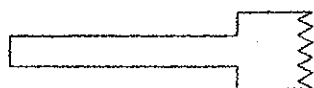
Fig. 29.



$Re = 2000$

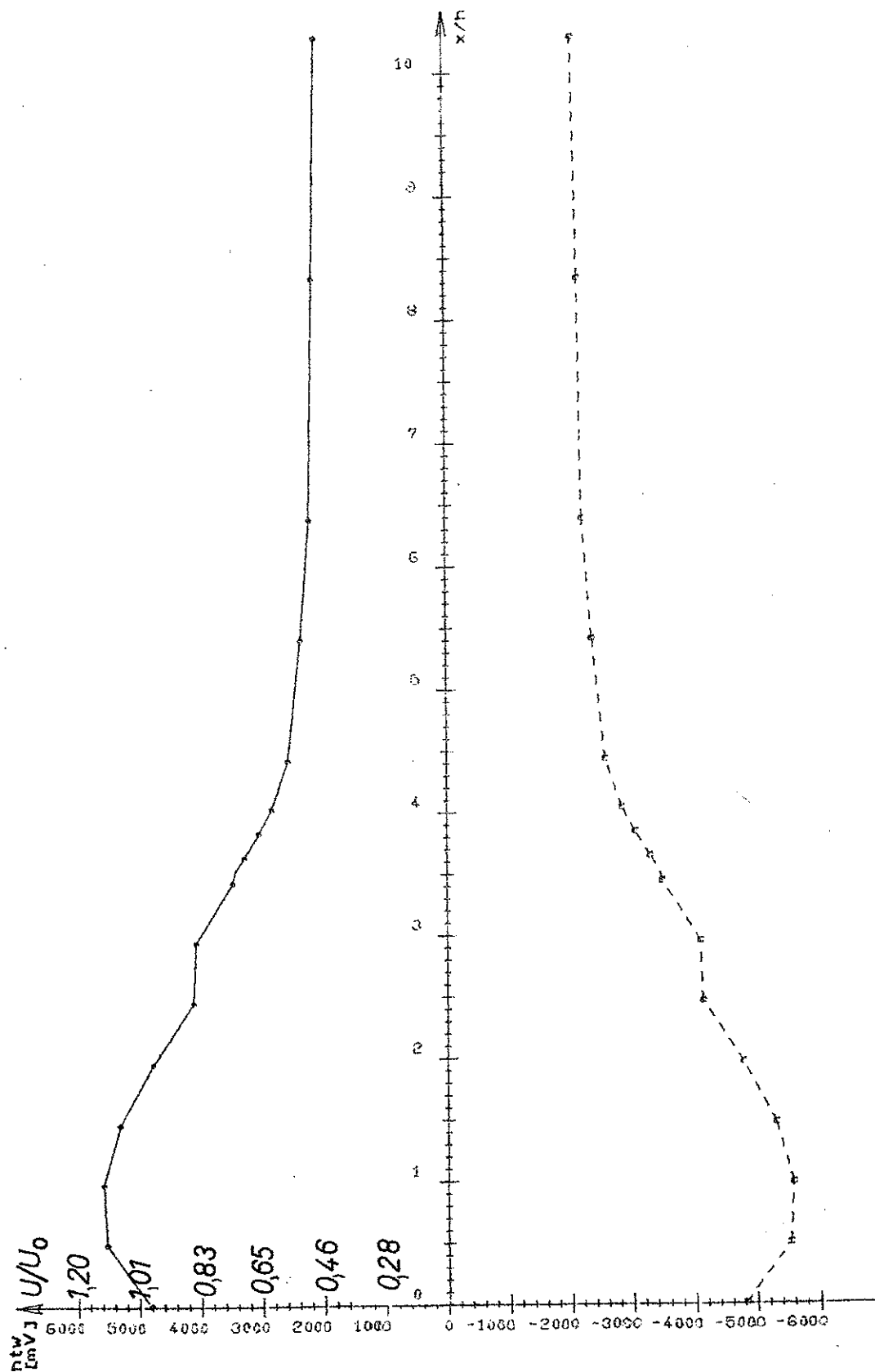
$y/h = 0.049$

Fig. 30.



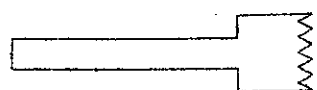
H_2 ($l/h = 2.93$)

23- 3-1972



$$Re = 1200$$

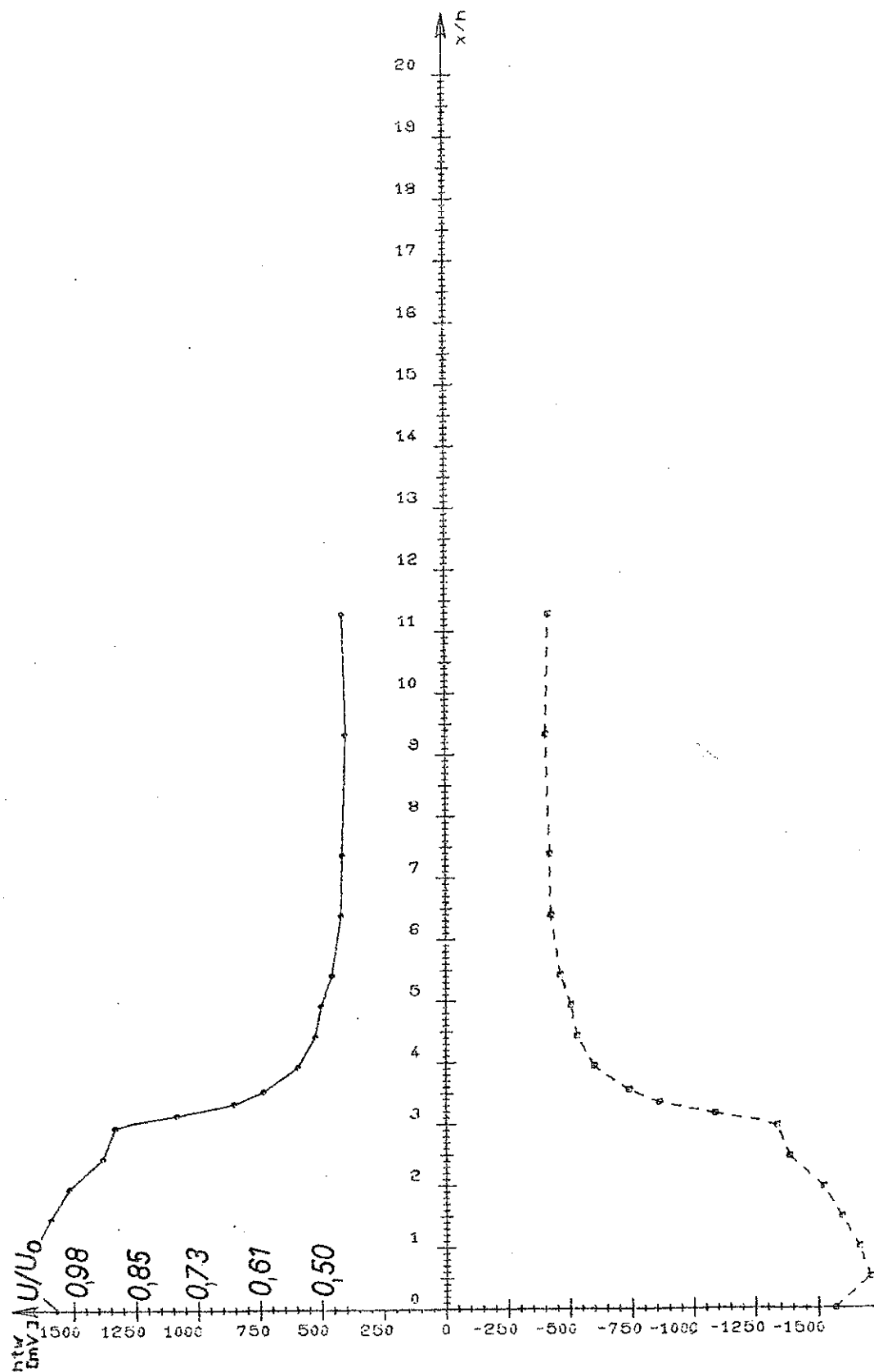
$$y/h = 0.049$$



H2 ($l/h=2.93$)

Fig. 31.

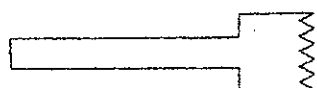
23- 3-1972



$$Re = 450$$

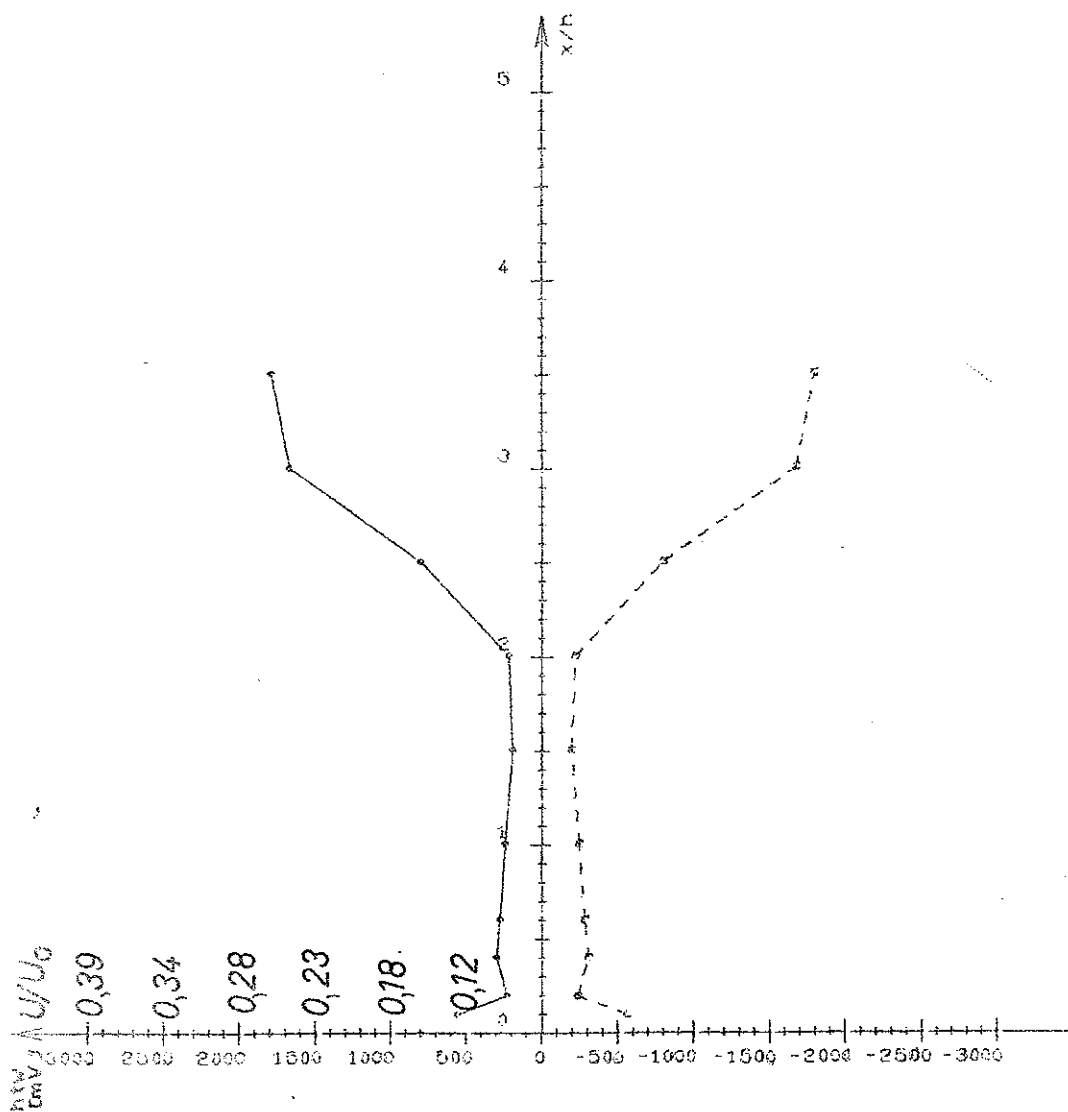
$$y/h = 0.073$$

Fig. 32.



H2 ($l/h = 293$)

24- 3-1972



$$Re = 1900$$

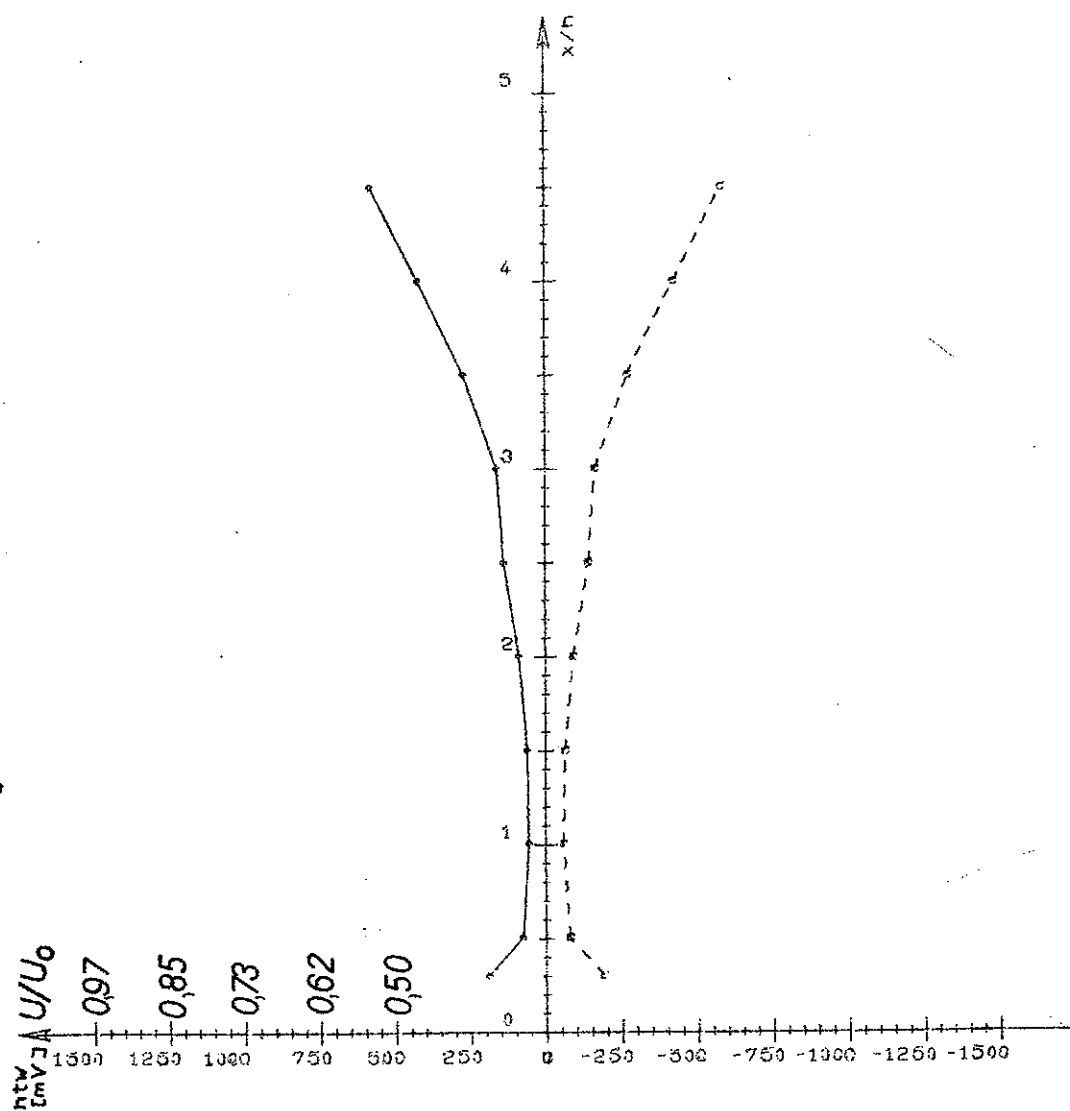
$$y/h = 0.050$$



G4

Fig. 33.

26- 3-1972



$$Re = 450$$

$$y/h = 0.099$$



G4

Fig. 34.

27- 3-1972

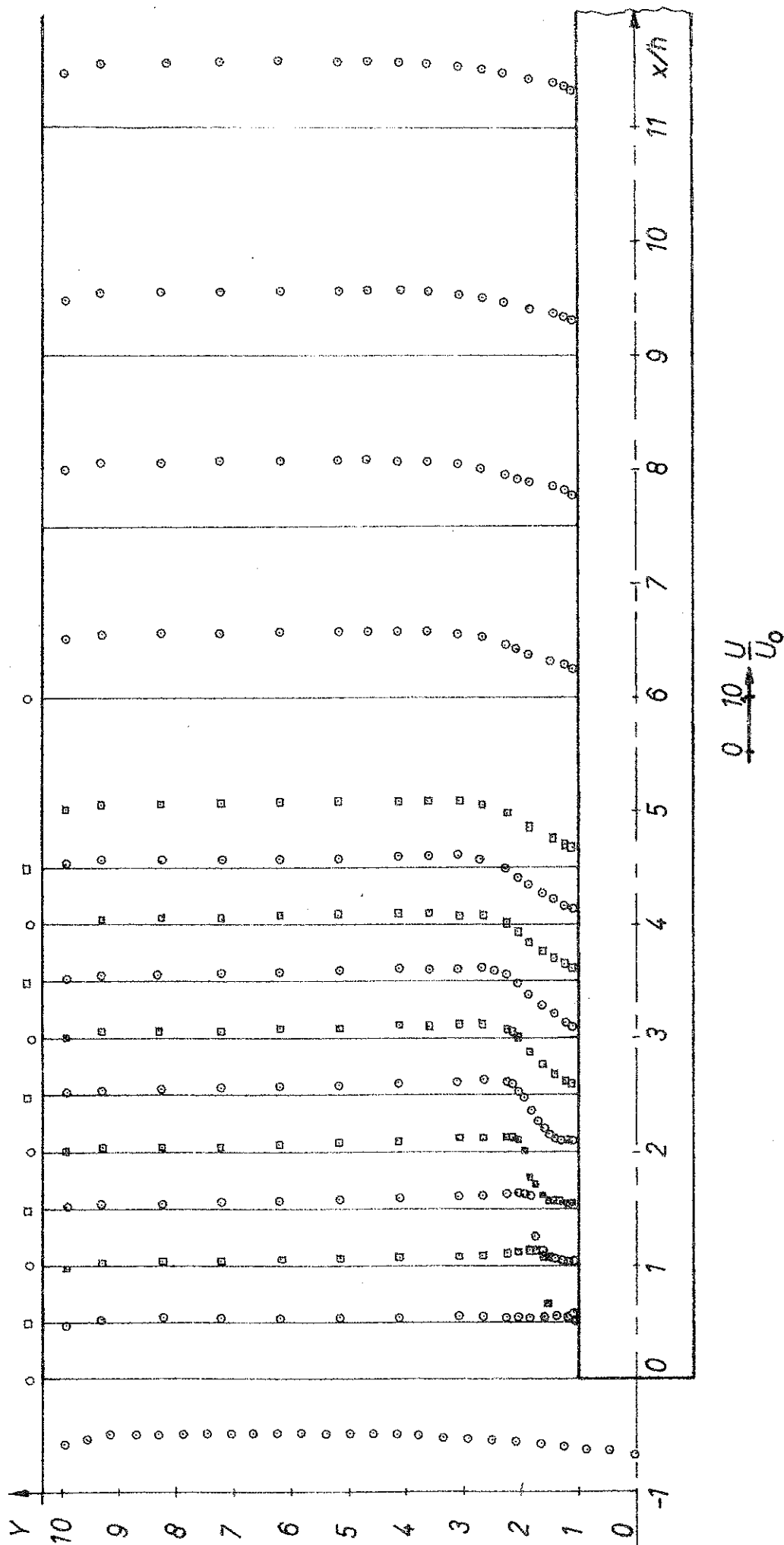


Fig. 35a. Hastighedsfordelingen for $Re_h = 3200$.

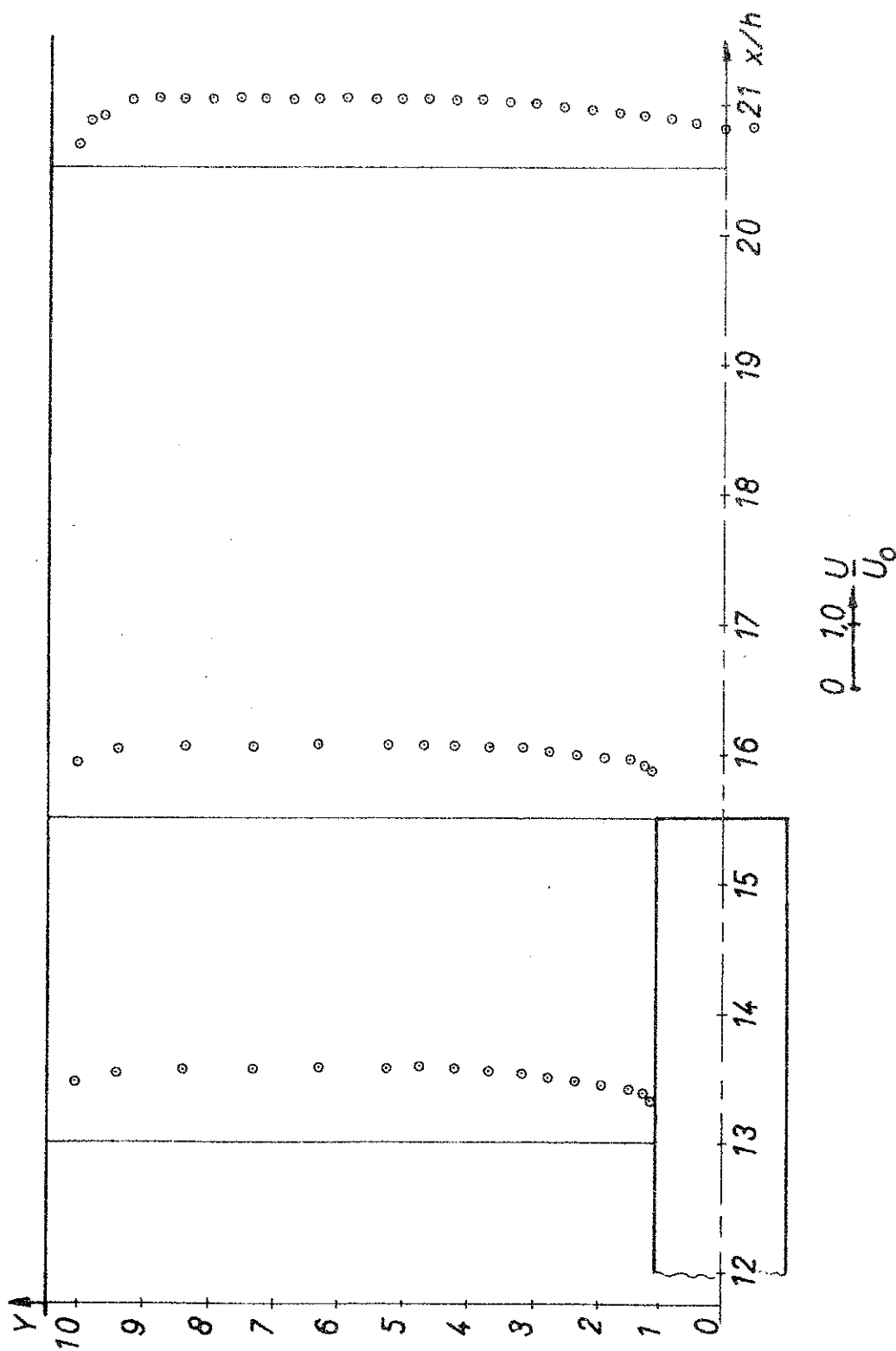


Fig. 35b. Hastighedsfordelingen for $Re_h = 3200$.

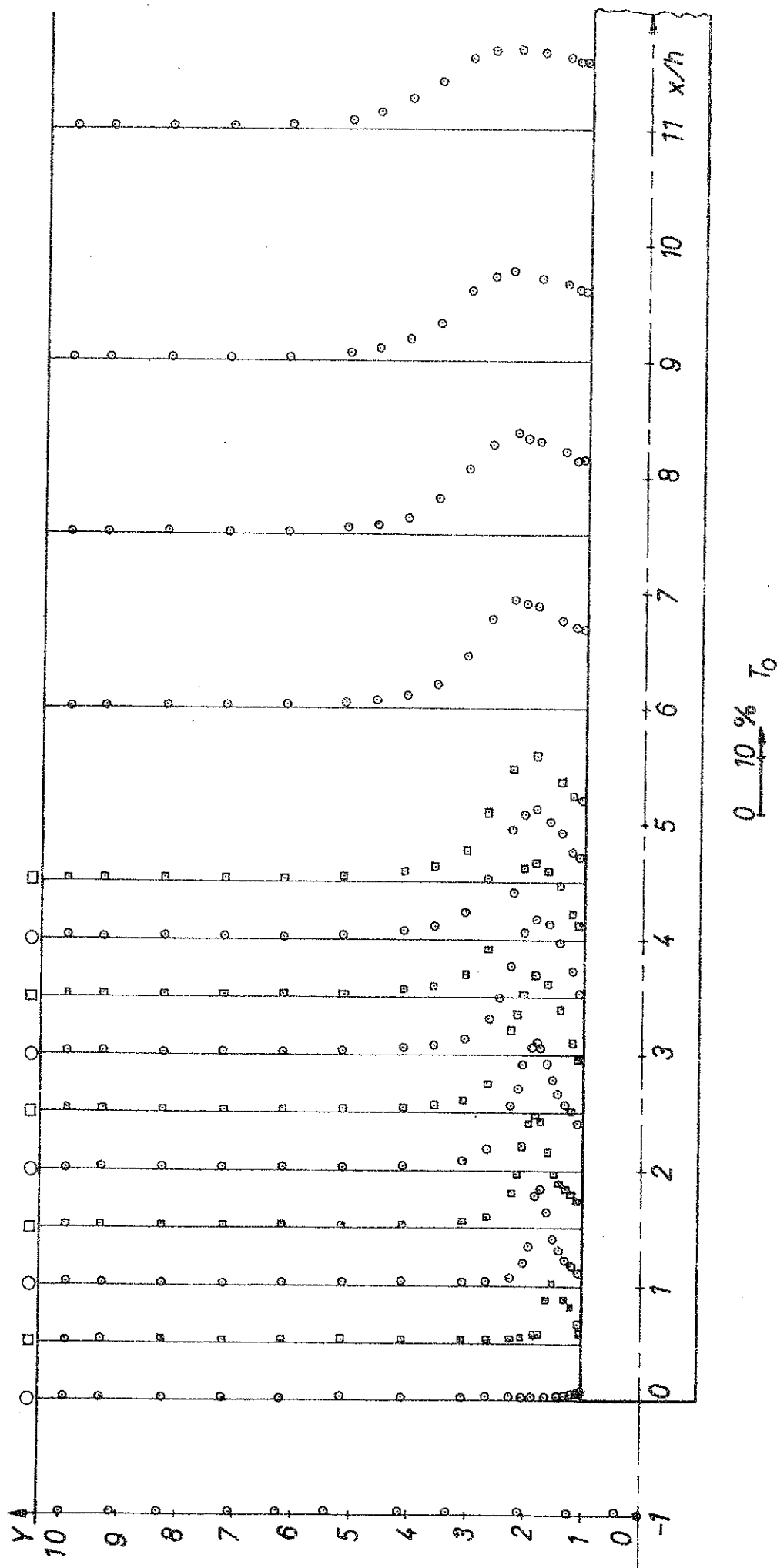


Fig. 36a. Turbulensfordelingen for $Re_h = 3200$.

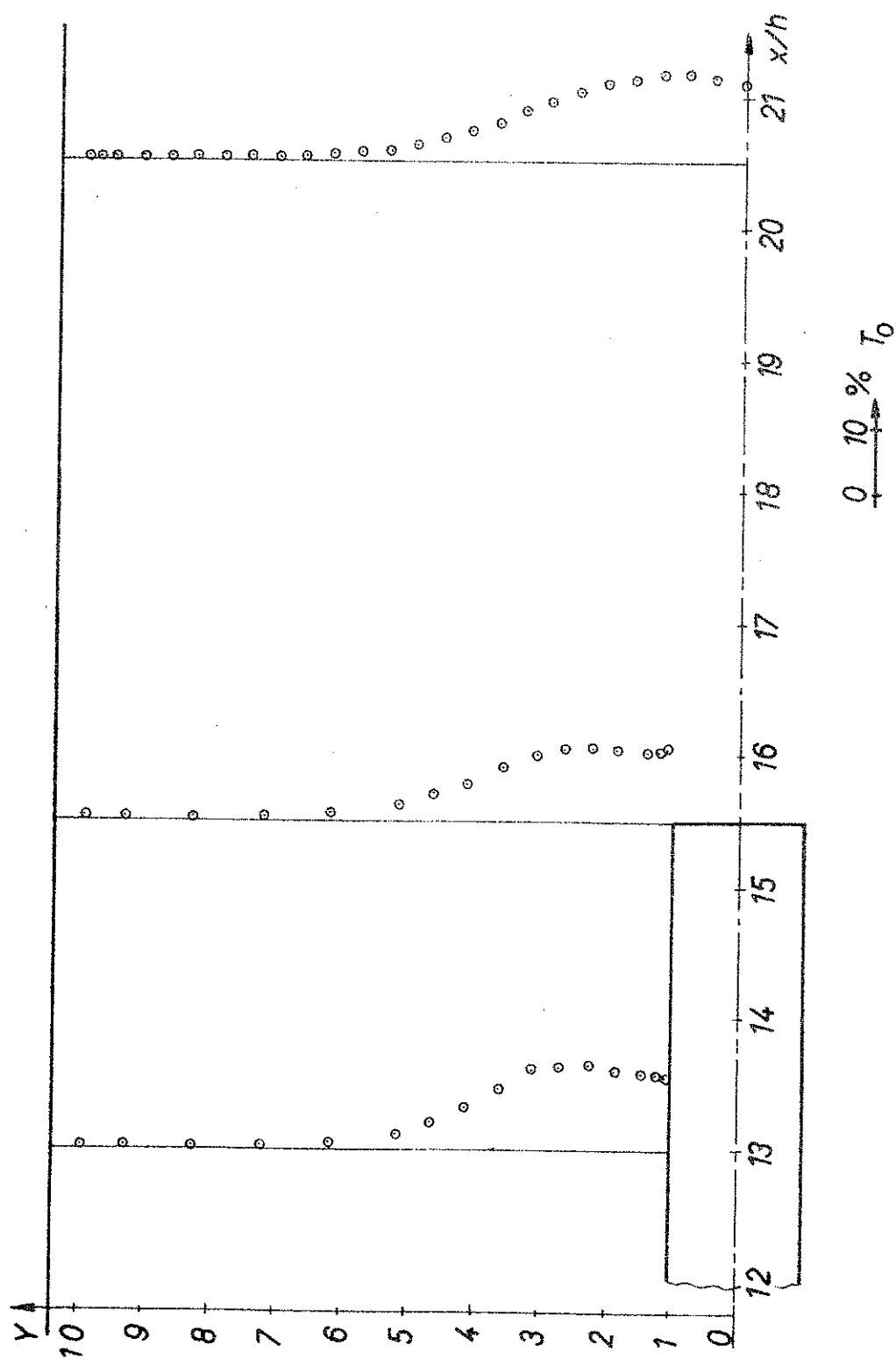


Fig. 36b. Turbulensfordelingen for $Re_h = 3200$.

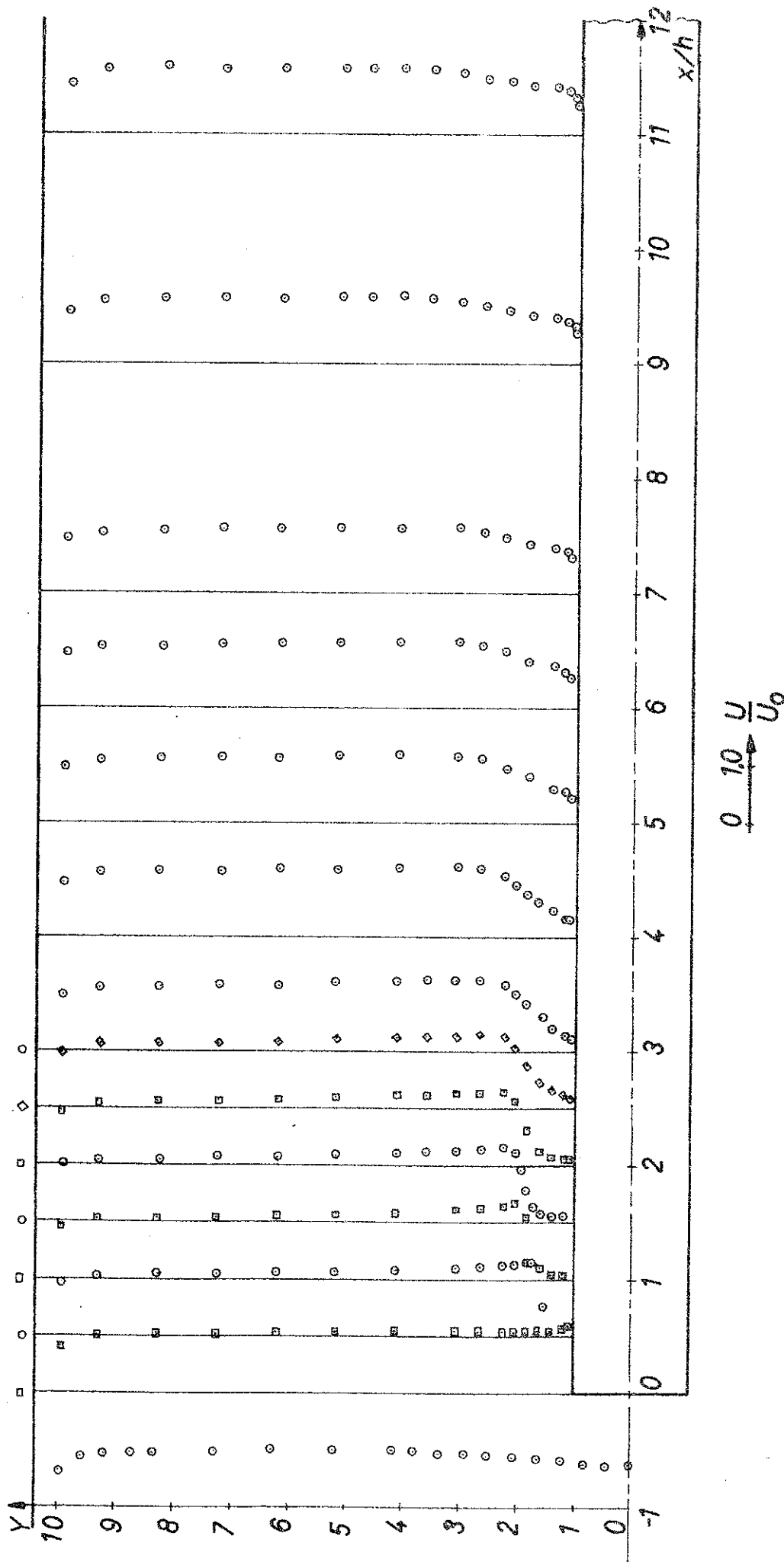


Fig. 37a. Hastighedsfordelingen for $Re_h = 1900$.

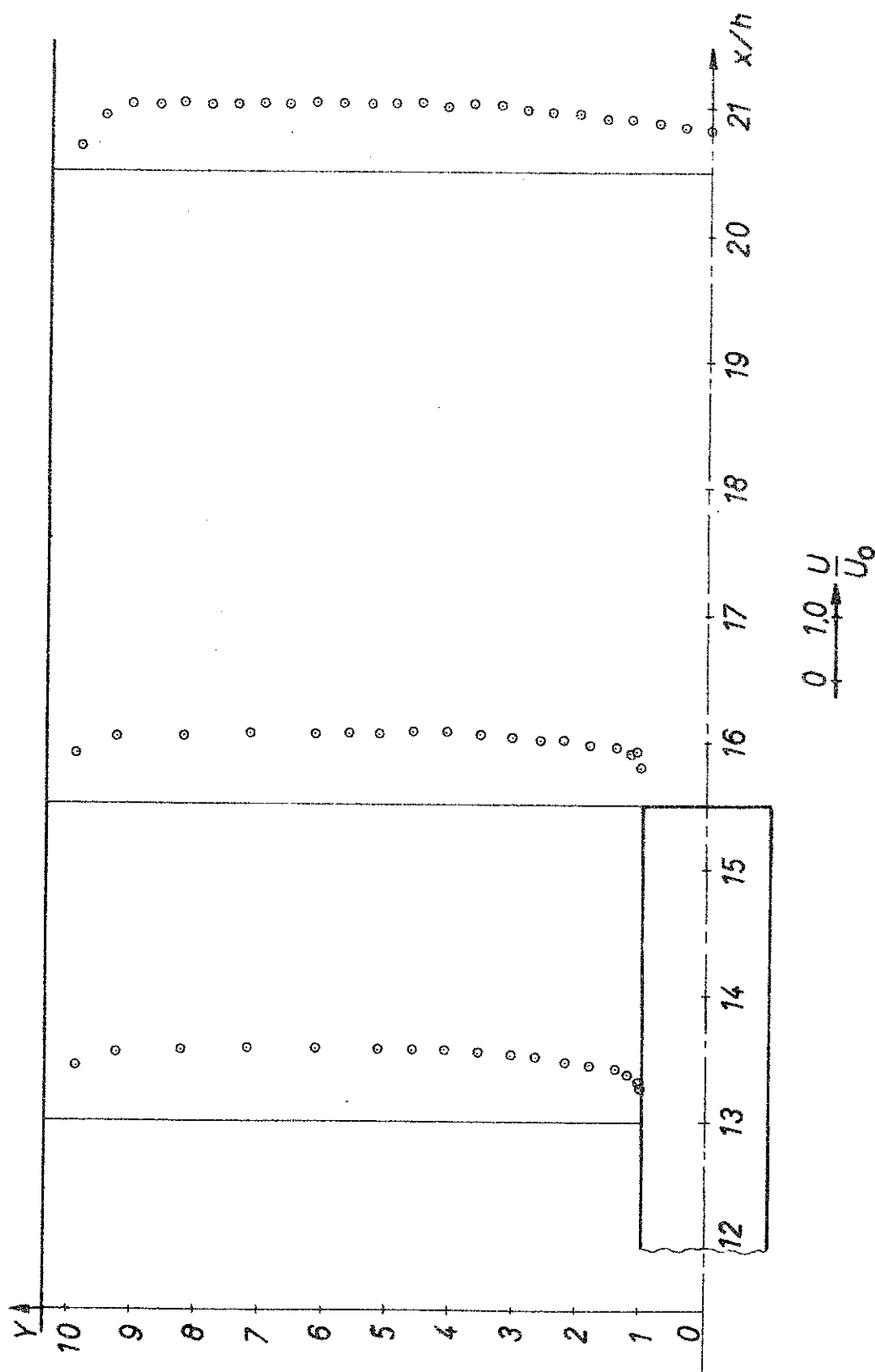


Fig. 37b. Hastighedsfordelingen for $Re_h = 1900$.

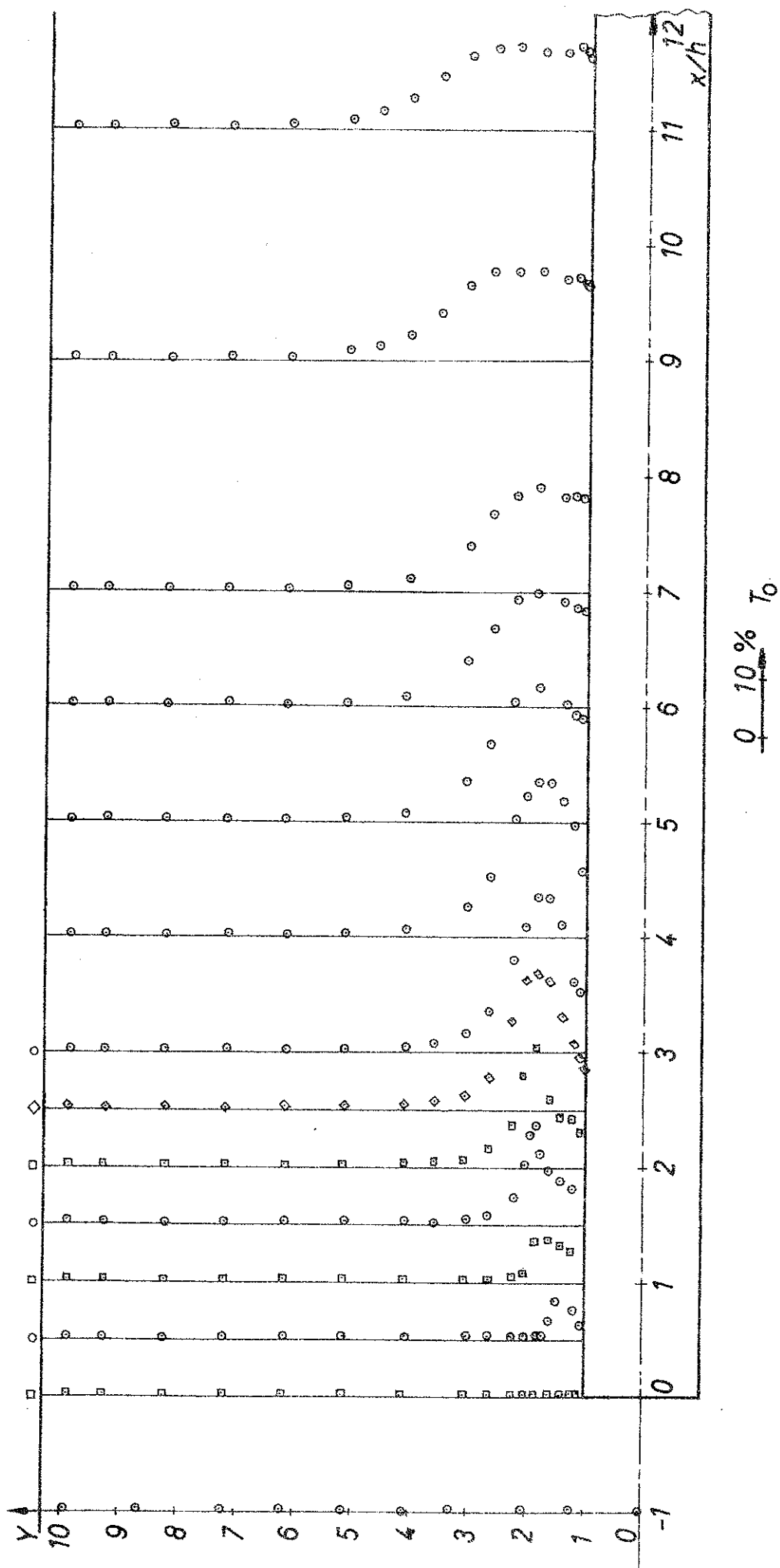


Fig. 38a. Turbulensfordelingen for $Re_h = 1900$.

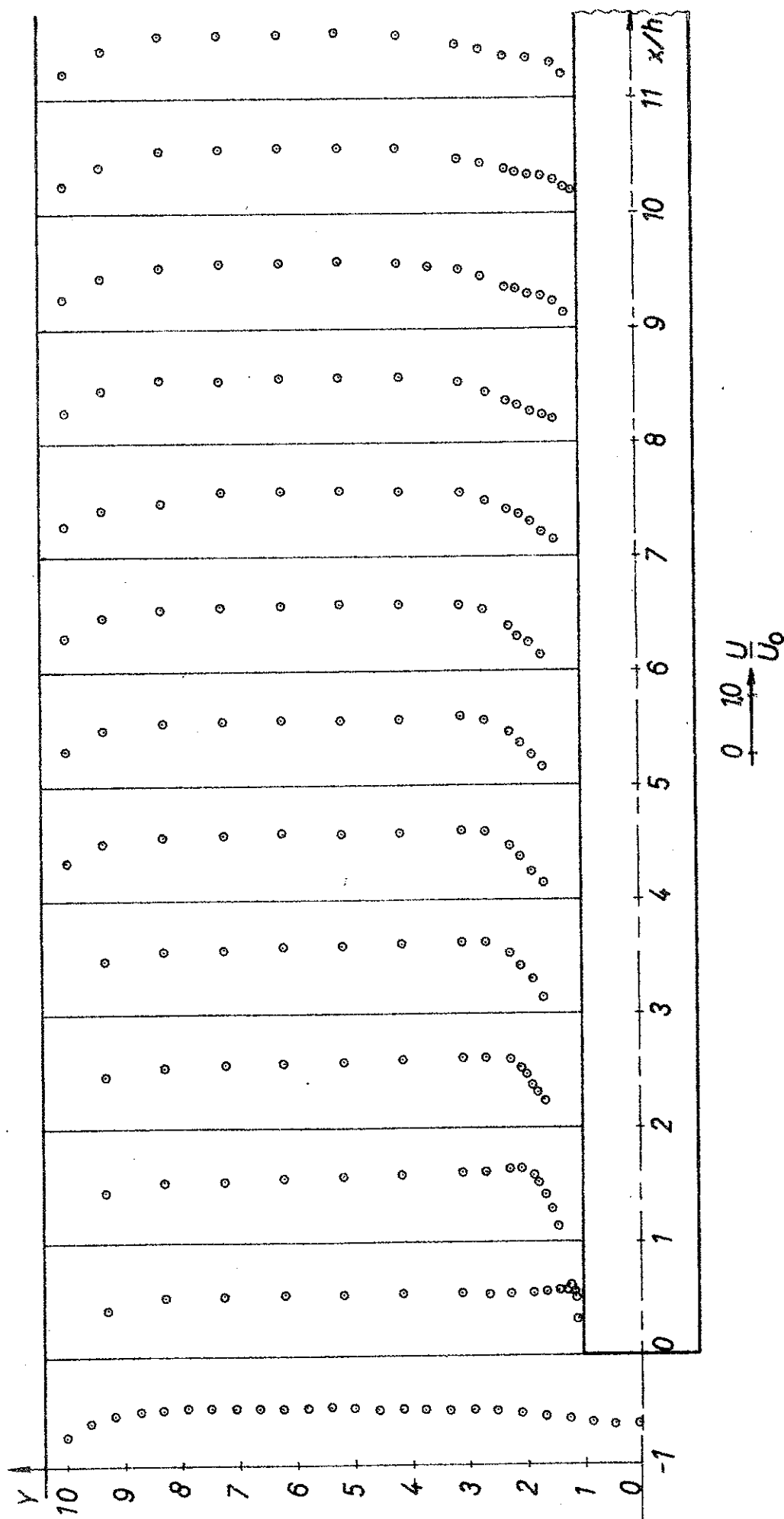


Fig. 39a. Hastighedsfordelingen for $Re_h = 380$.

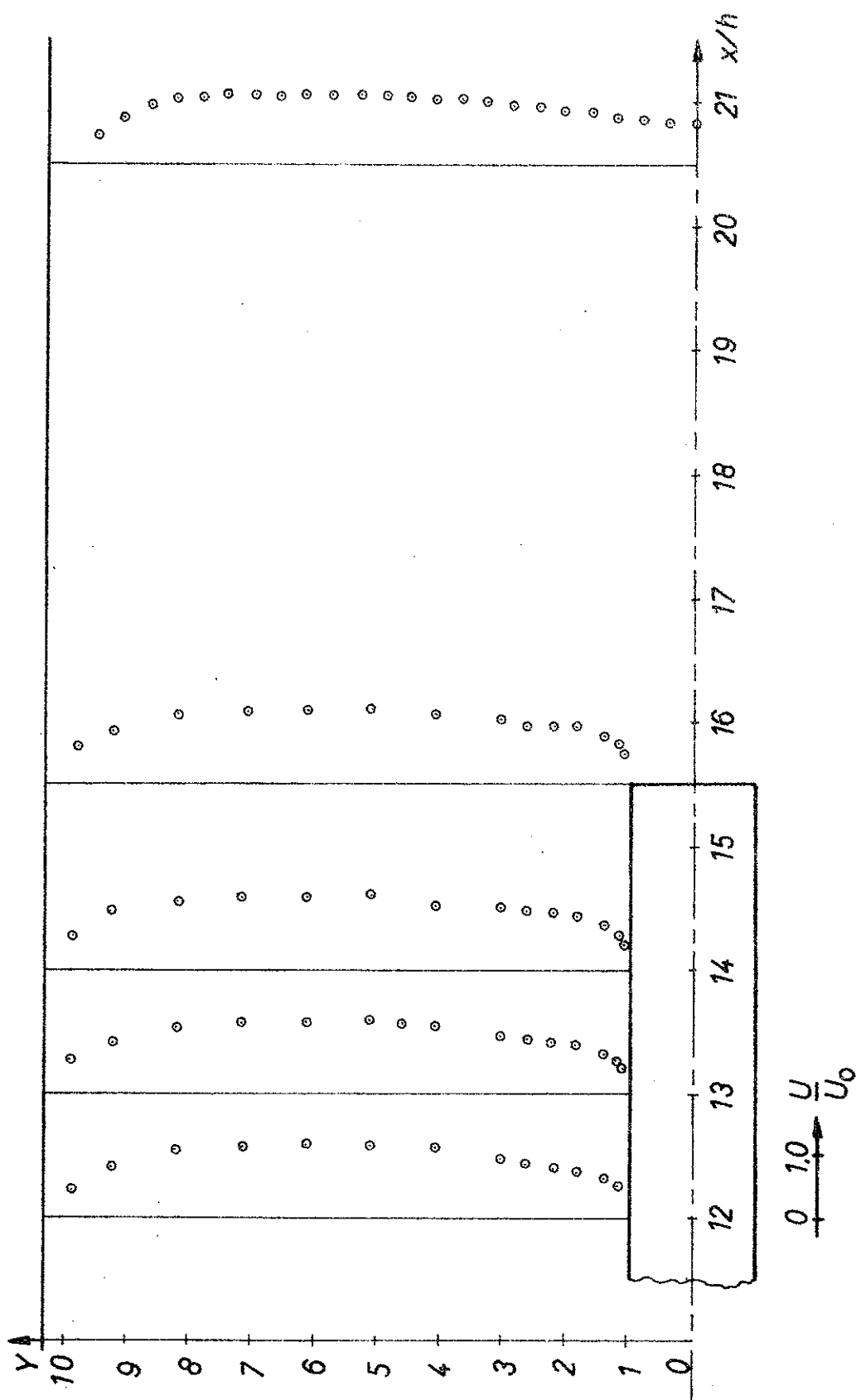


Fig. 39b. Hastighedsfordelingen for $Re_h = 380$.

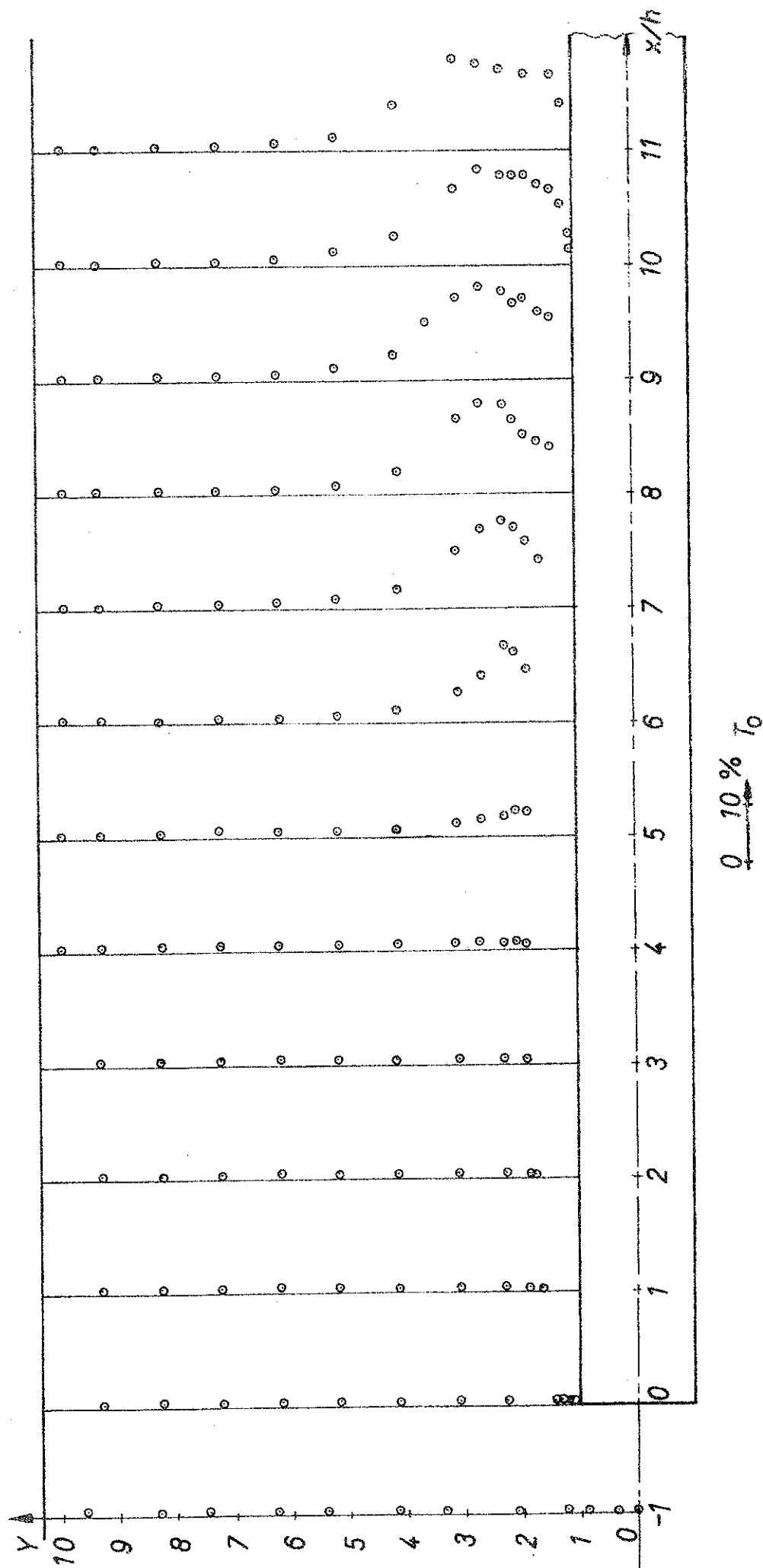


Fig. 40a. Turbulensfordelingen for $Re_h = 380$.

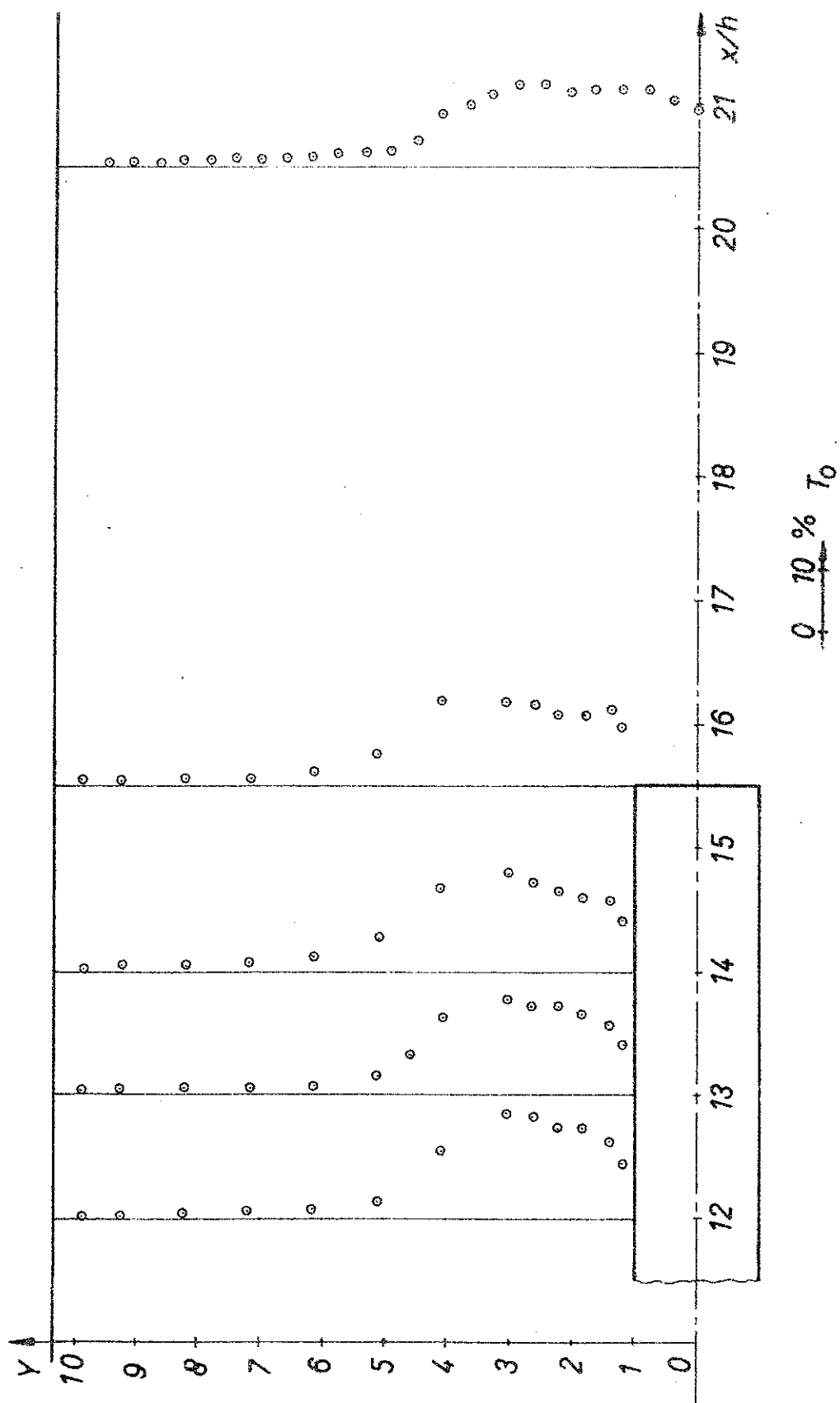


Fig. 40b. Turbulensfordelingen for $Re_h = 380$.

Fig. 41.

Integrale hastighedsparametre.

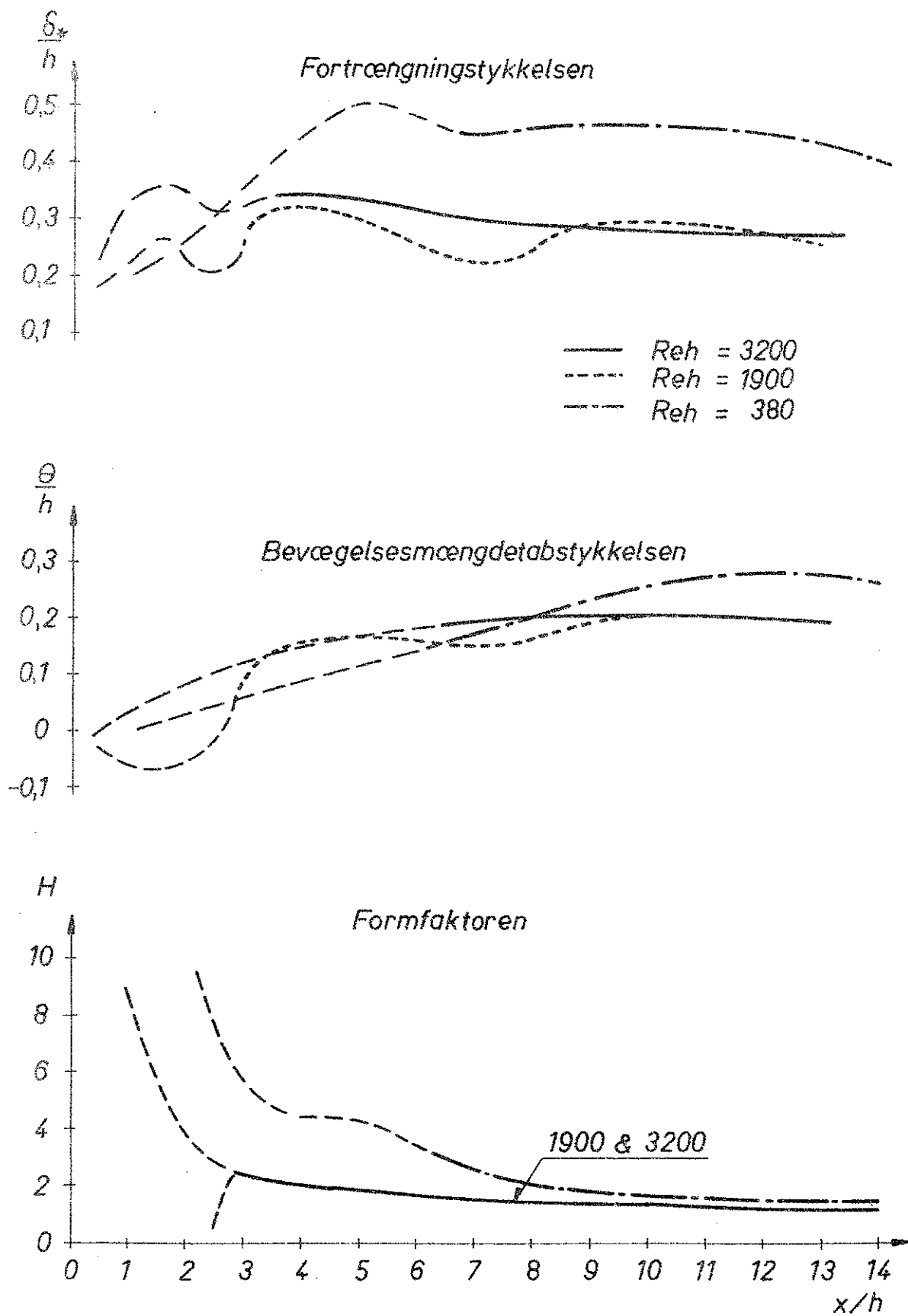


Fig. 42.

Udviklingen af hastighederne for $Re_h = 1900$.

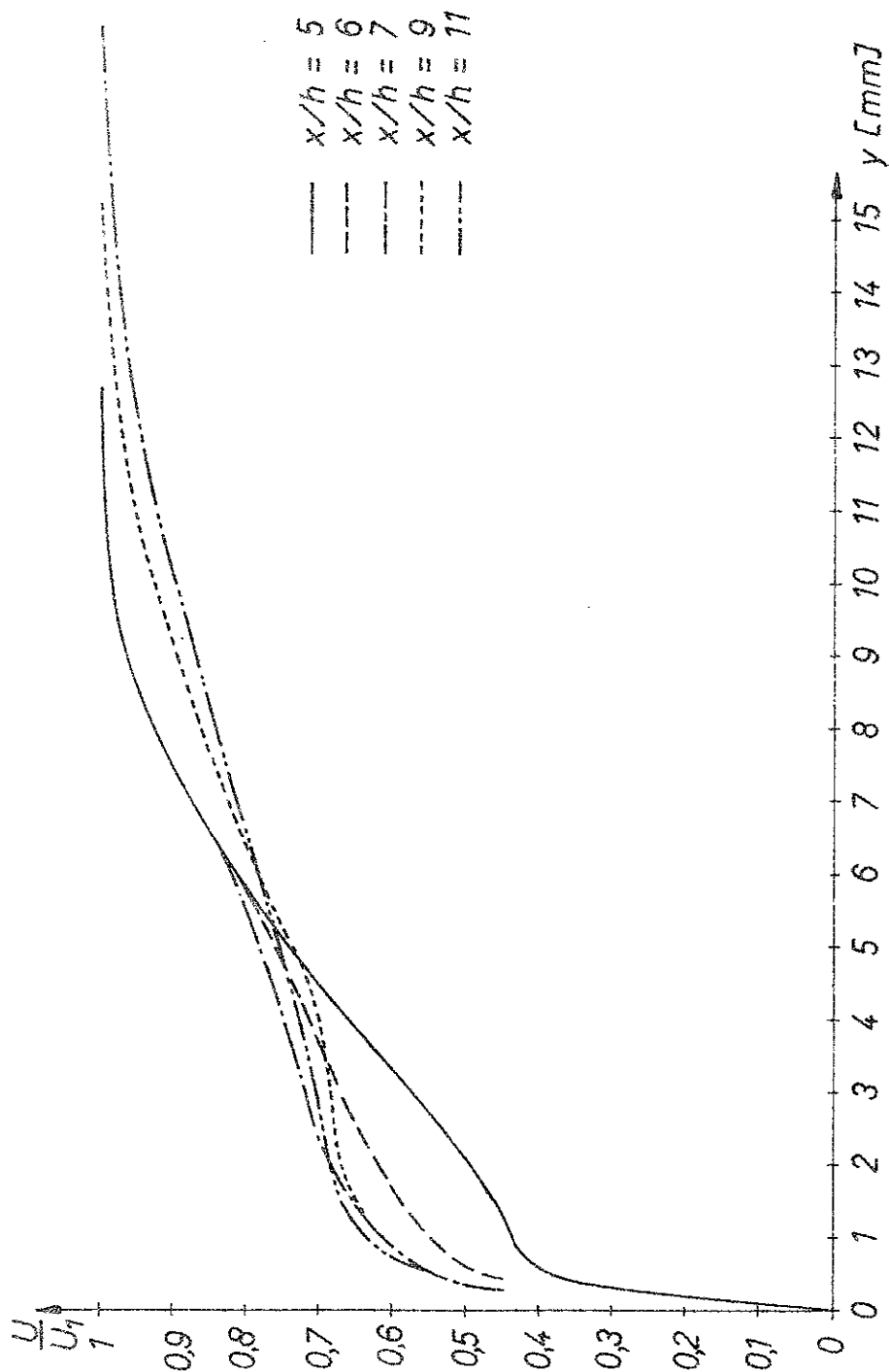
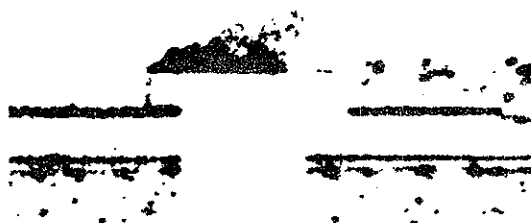
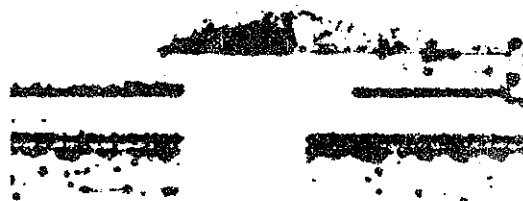


Fig. 43.

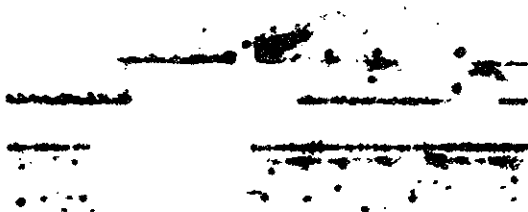
Visualisering af separationsboblen for $Re_h = 1900$.



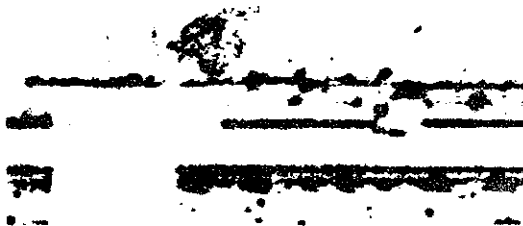
$x/h = 2,0; \quad y/h = 0,04.$



$x/h = 2,0; \quad y/h = 0,15.$



$x/h = 2,0; \quad y/h = 0,30.$



$x/h = 2,0; \quad y/h = 0,46.$

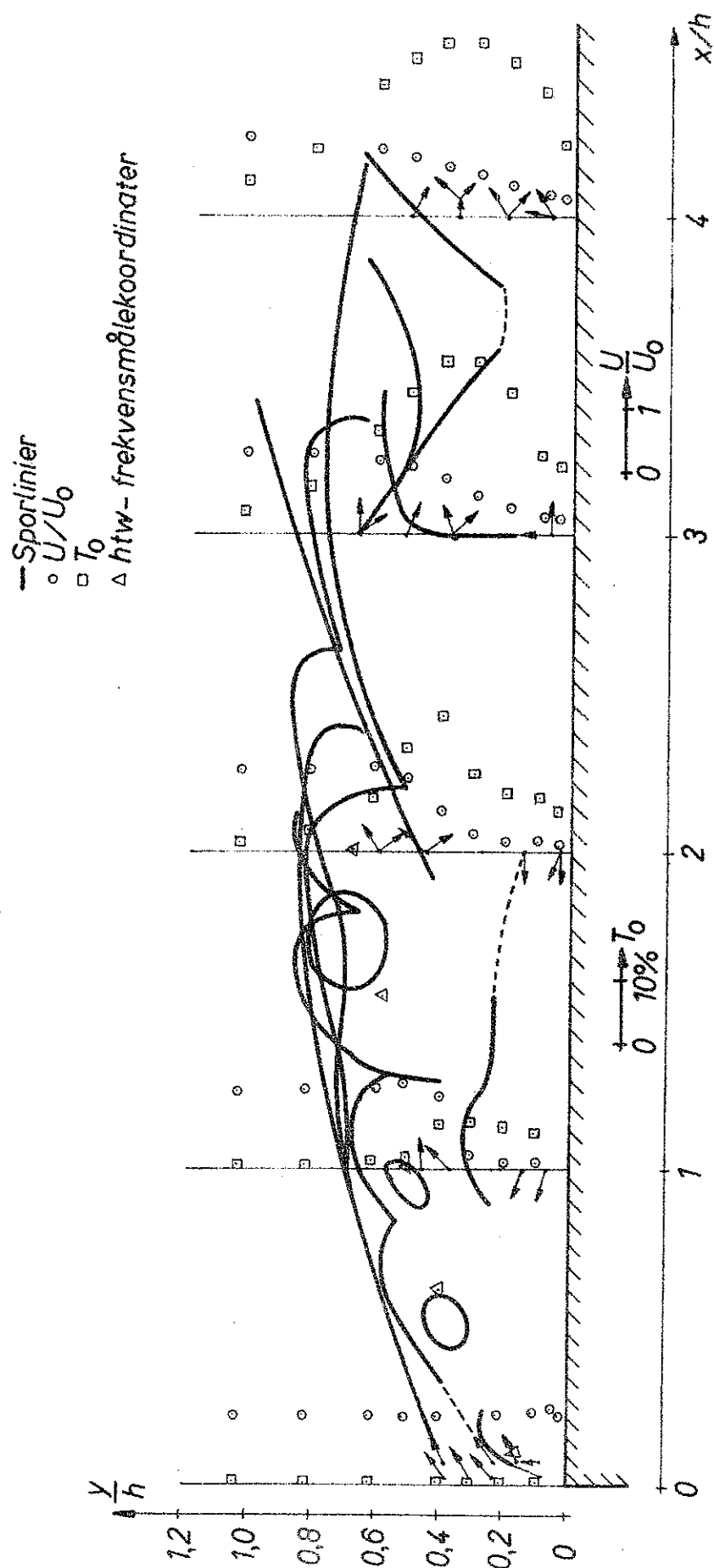
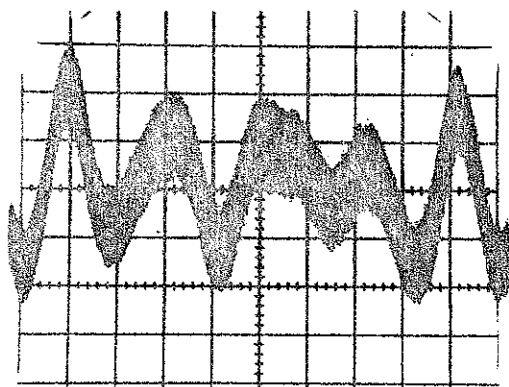


Fig. 44.

Sporlinier for $Re_h = 1900$.

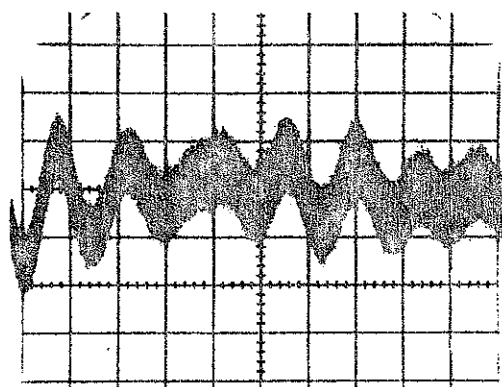
Fig. 45.

Karakteristiske signaler målt i oversiden af grænselaget.



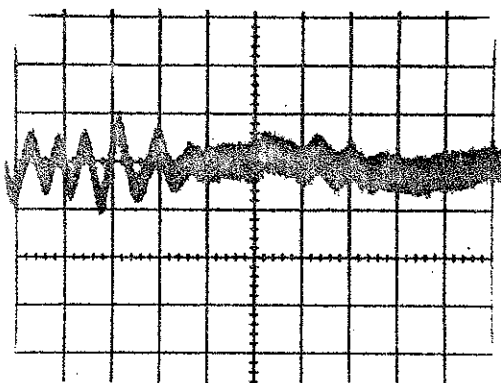
sweep = 50 ms/div

Reh = 360



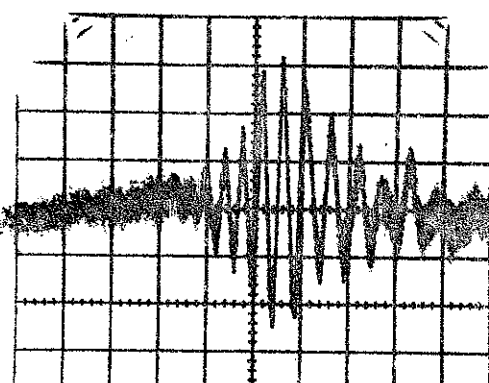
sweep = 20 ms/div

Reh = 620



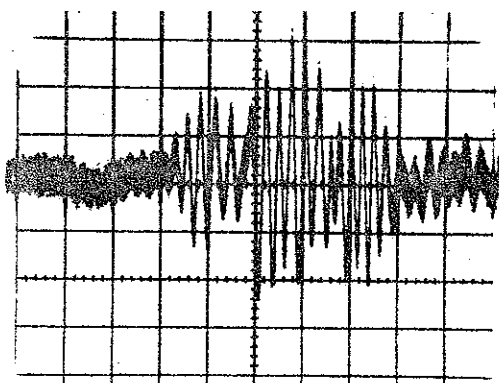
sweep = 5 ms/div

Reh = 1900



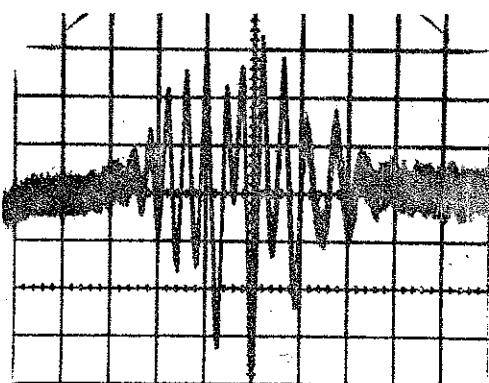
sweep = 5 ms/div

Reh = 2500



sweep = 5 ms/div

Reh = 3300



sweep = 2 ms/div

Reh = 4000

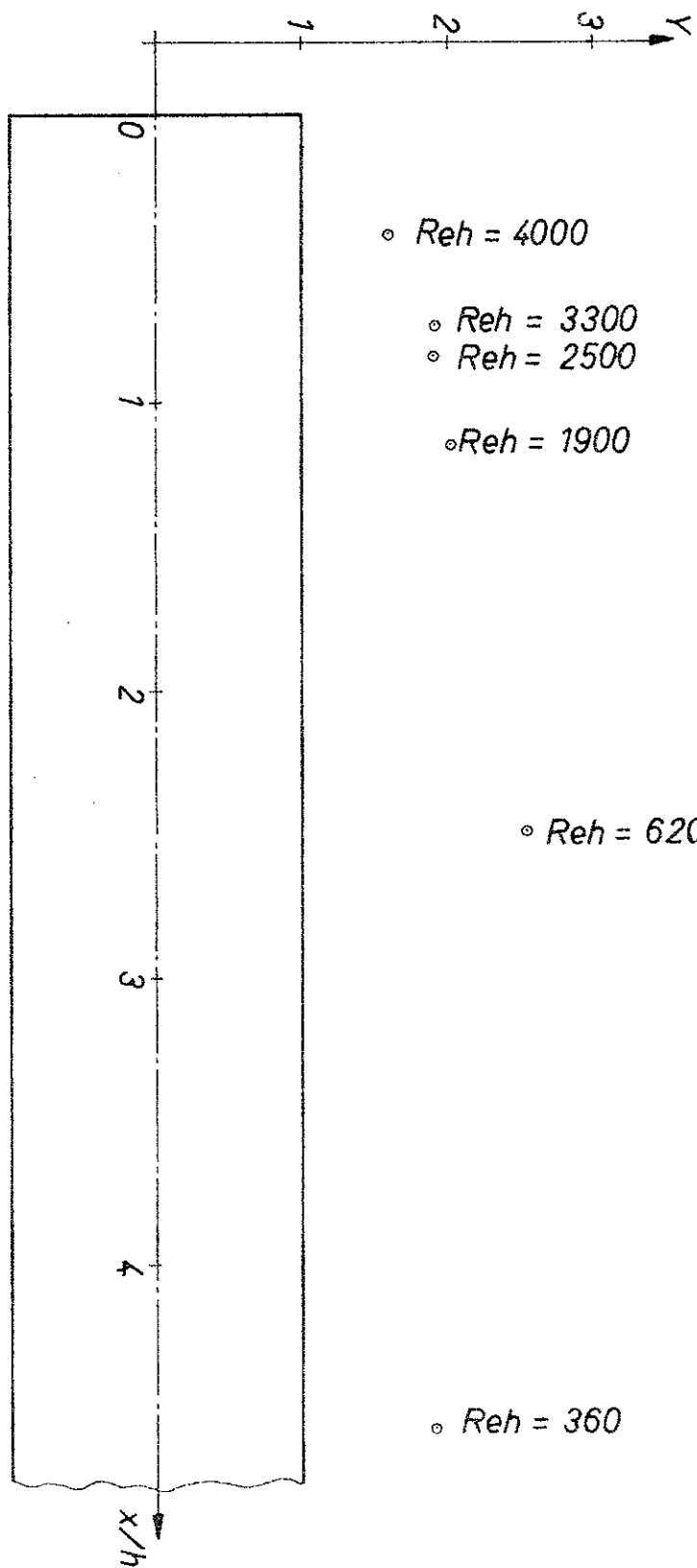


Fig. 46.

Målekoordinater for signalerne på Fig. 45.

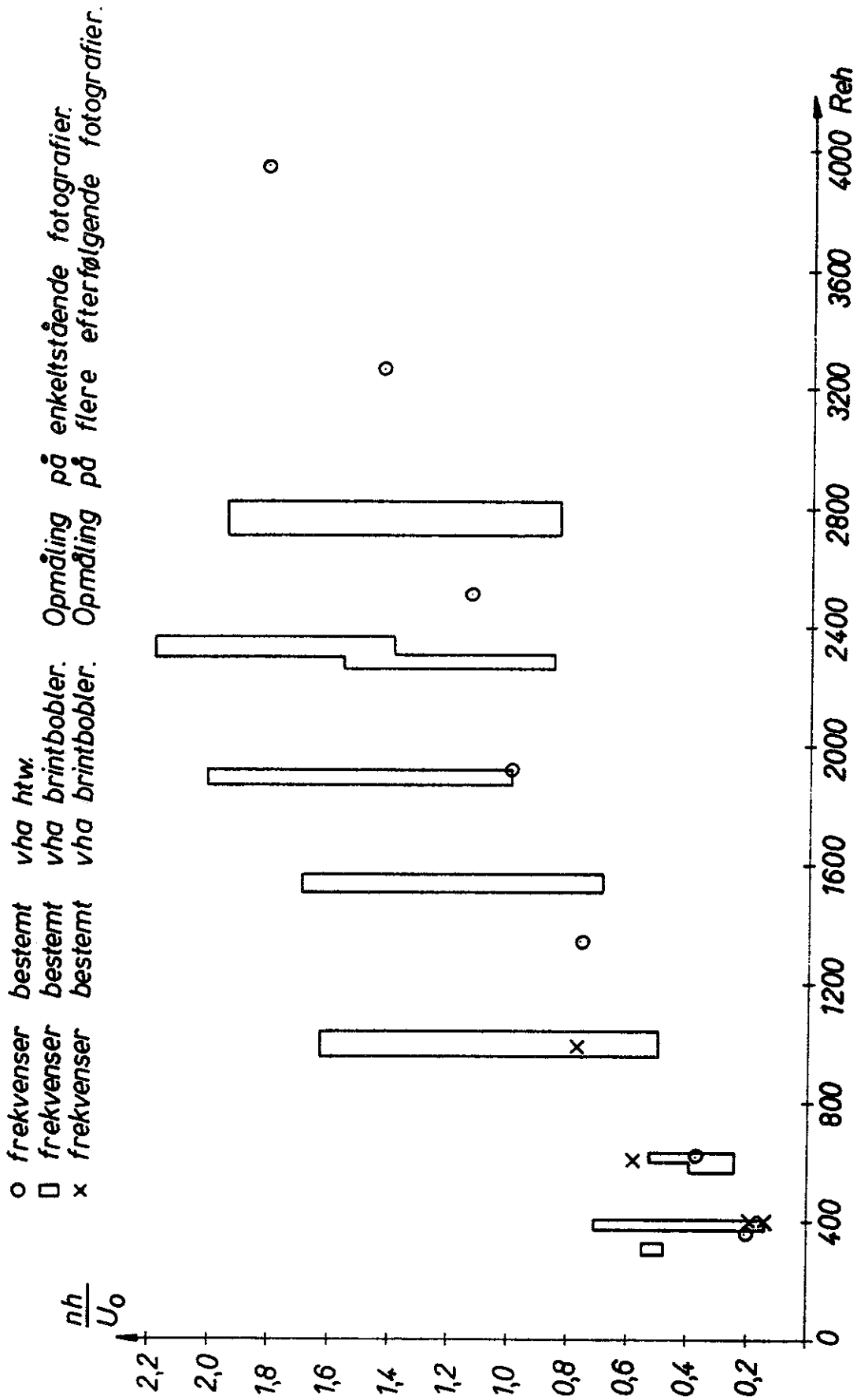
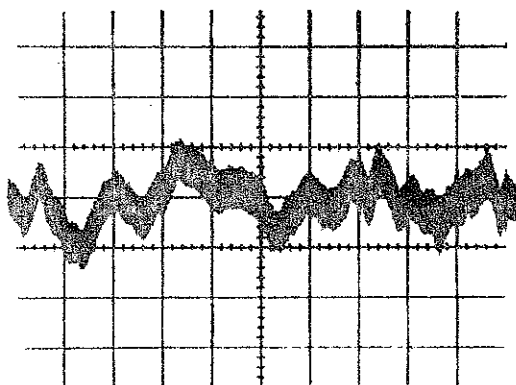


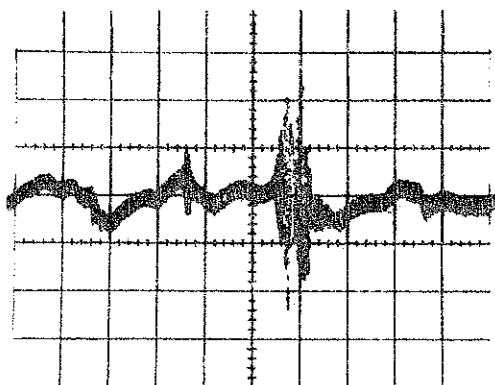
Fig. 47. Frekvenser målt i grænse laget som funktion af Reynolds' tal.

Fig. 48.

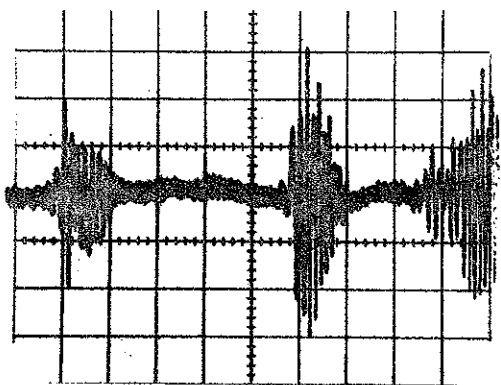
Signaler målt i overkanten af grænselaget for $Reh = 3200$.



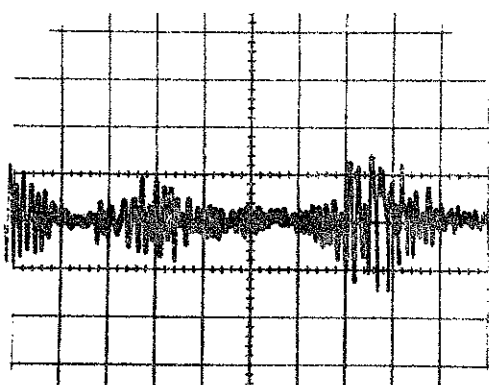
(a) sweep = 20 ms/div
amplitude = 0,2 V/div



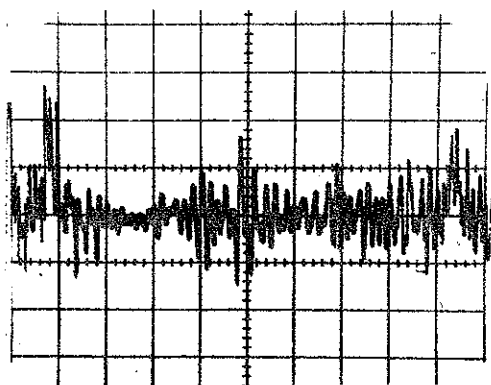
(b) sweep = 20 ms/div
amplitude = 0,5 V/div



(c) sweep = 10 ms/div
amplitude = 0,5 V/div



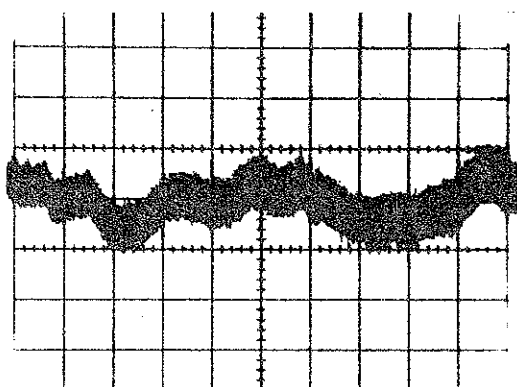
(d) sweep = 10 ms/div
amplitude = 1,0 V/div



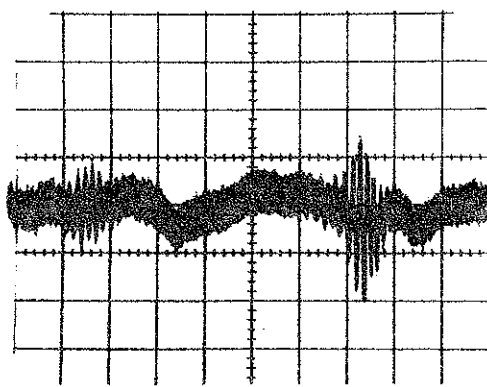
(e) sweep = 10 ms/div
amplitude = 1,0 V/div

Fig. 49.

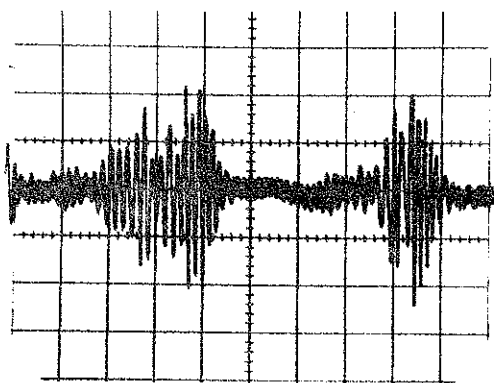
Signaler målt i overkanten af grænselaget for $Reh = 1900$.



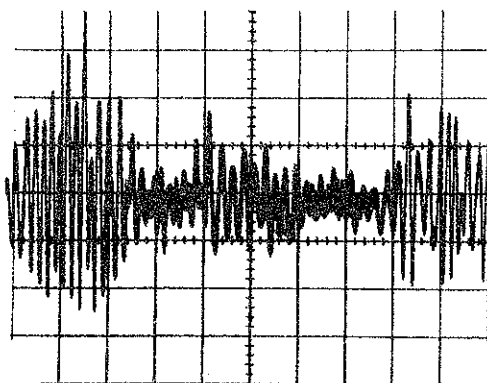
(a) sweep = 20 ms/div
amplitude = 0,2 V/div



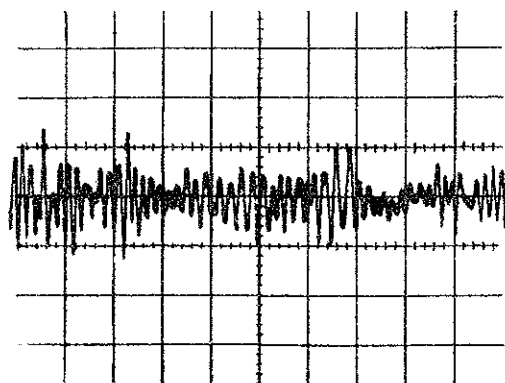
(b) sweep = 20 ms/div
amplitude = 0,2 V/div



(c) sweep = 20 ms/div
amplitude = 0,5 V/div



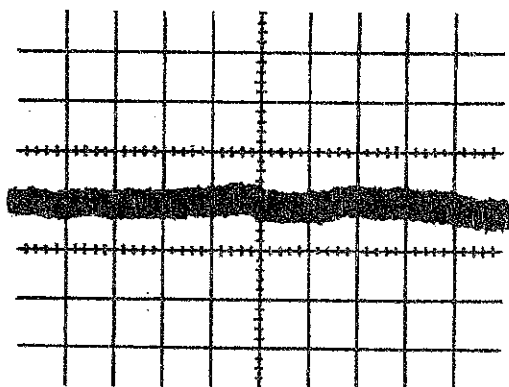
(d) sweep = 20 ms/div
amplitude = 0,5 V/div



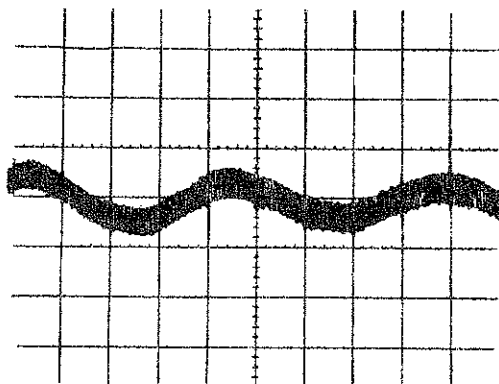
(e) sweep = 20 ms/div
amplitude = 1,0 V/div

Fig. 50.

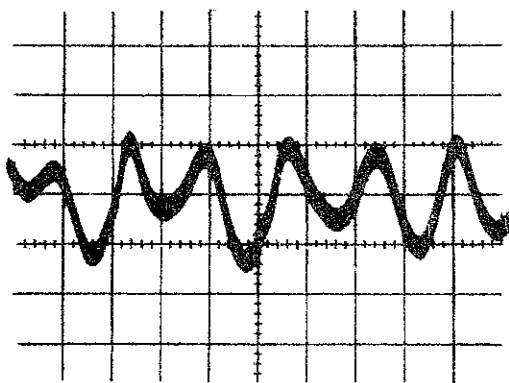
Signaler målt i overkanten af grænselaget for $Re_h = 380$.



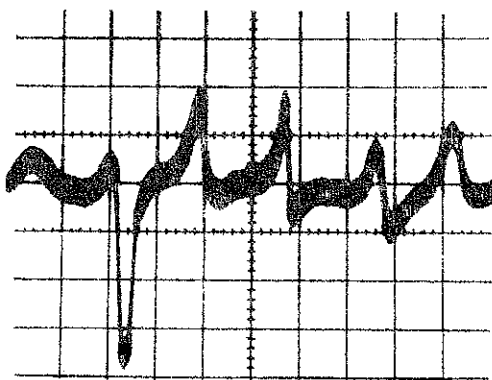
(a) sweep = 20 ms/div
amplitude = 0,1 V/div



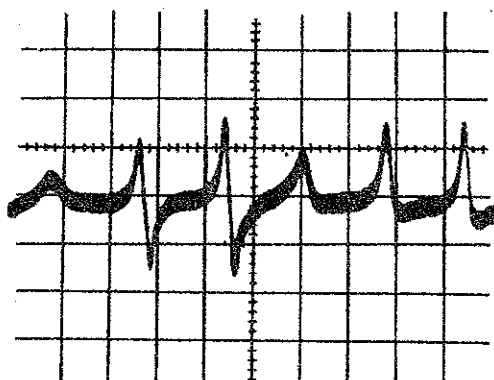
(b) sweep = 20 ms/div
amplitude = 0,1 V/div



(c) sweep = 50 ms/div
amplitude = 0,2 V/div



(d) sweep = 50 ms/div
amplitude = 0,2 V/div



(e) sweep = 50 ms/div
amplitude = 0,2 V/div

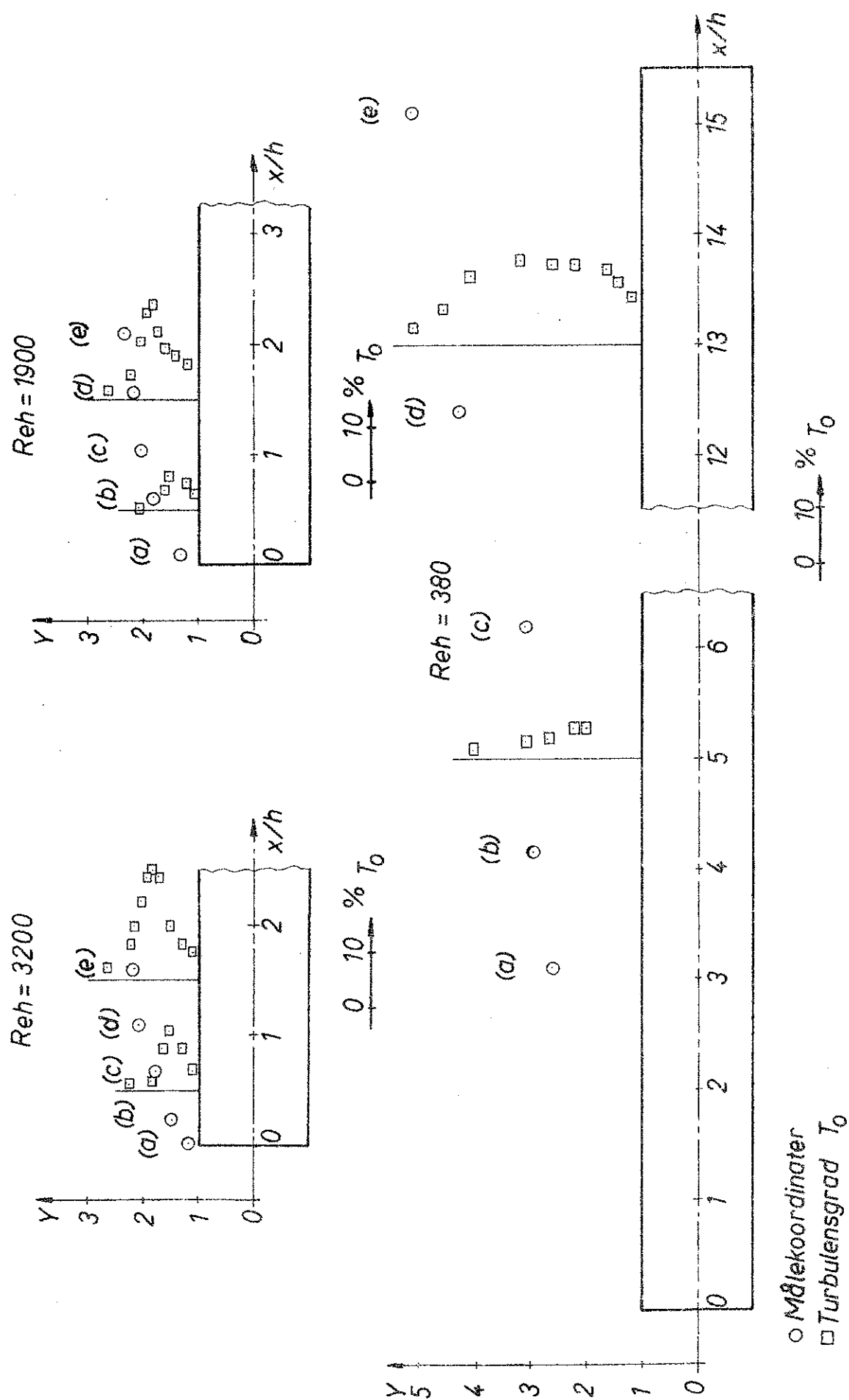
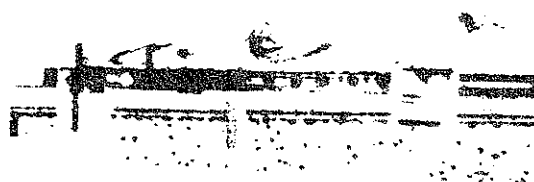


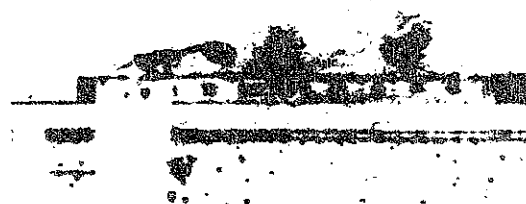
Fig. 51. Målekoordinater for signallerne på Fig. 48 - Fig. 50.

Fig. 52.

Visualisering af hvirvlerne for forskellige Reynolds' tal.



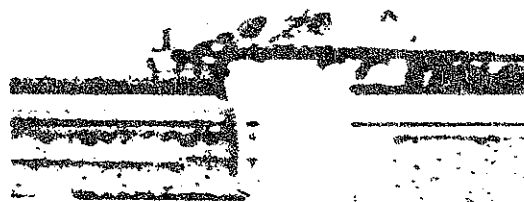
(a) $Re_h = 410$
 $x/h = 1,03$; $y/h = 0,17$.



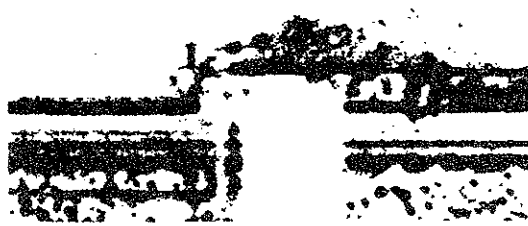
(b) $Re_h = 610$
 $x/h = 1,25$; $y/h = 0,04$.



(c) $Re_h = 1000$
 $x/h = 0$; $y/h = 0,08$.



(d) $Re_h = 1500$
 $x/h = 0,04$; $y/h = 0,08$.



(e) $Re_h = 1900$
 $x/h = 0,04$; $y/h = 0,08$.



(f) $Re_h = 2300$
 $x/h = 0,04$; $y/h = 0,08$.

Fig. 53.

Visualisering af strømmingen for $Re_h = 390$.



$x/h = 0,07; \quad y/h = 0,07.$



$x/h = 1,25; \quad y/h = 0,27.$



$x/h = 1,25; \quad y/h = 0,46.$

Fig. 54.

Sammenrulning af to hvirvler for $Re_h = 1000$.

$x/h = 0,30$; $y/h = 0,15$.

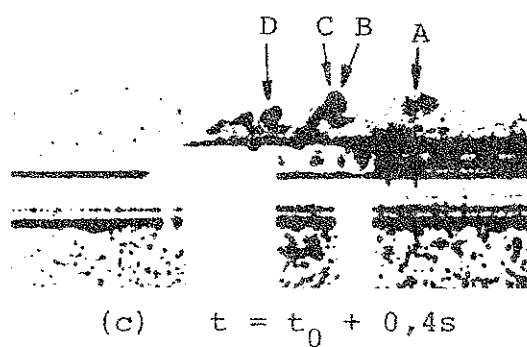
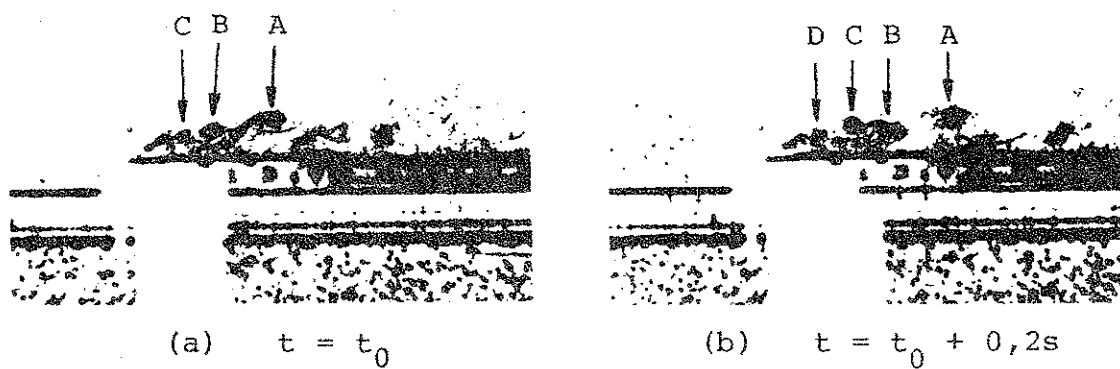


Fig. 55.

Mulig sammenrulning af to hvirvler for $Re_h = 620$.

$x/h = 0$; $y/h = 0,08$.



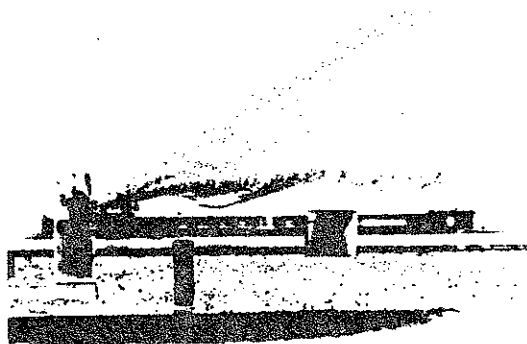


Fig. 56.

Laminær strømming for $Reh = 320$.

$x/h = 1,4$; $y/h = 0,53$.

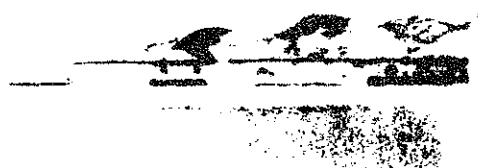


Fig. 57.

Laminær strømming for $Reh = 450$.

$x/h = 3,5$; $y/h = 0,04$.

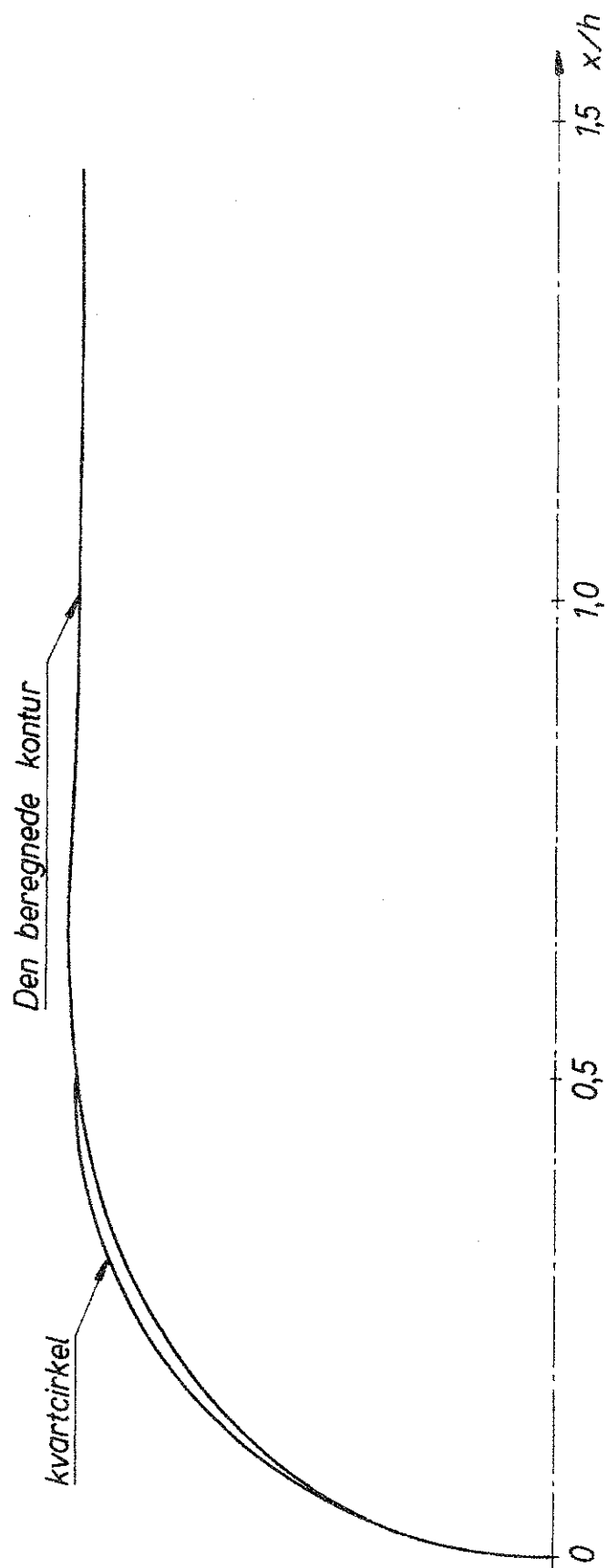


Fig. 58.

Tilnærmet kontur til R1-modellen.

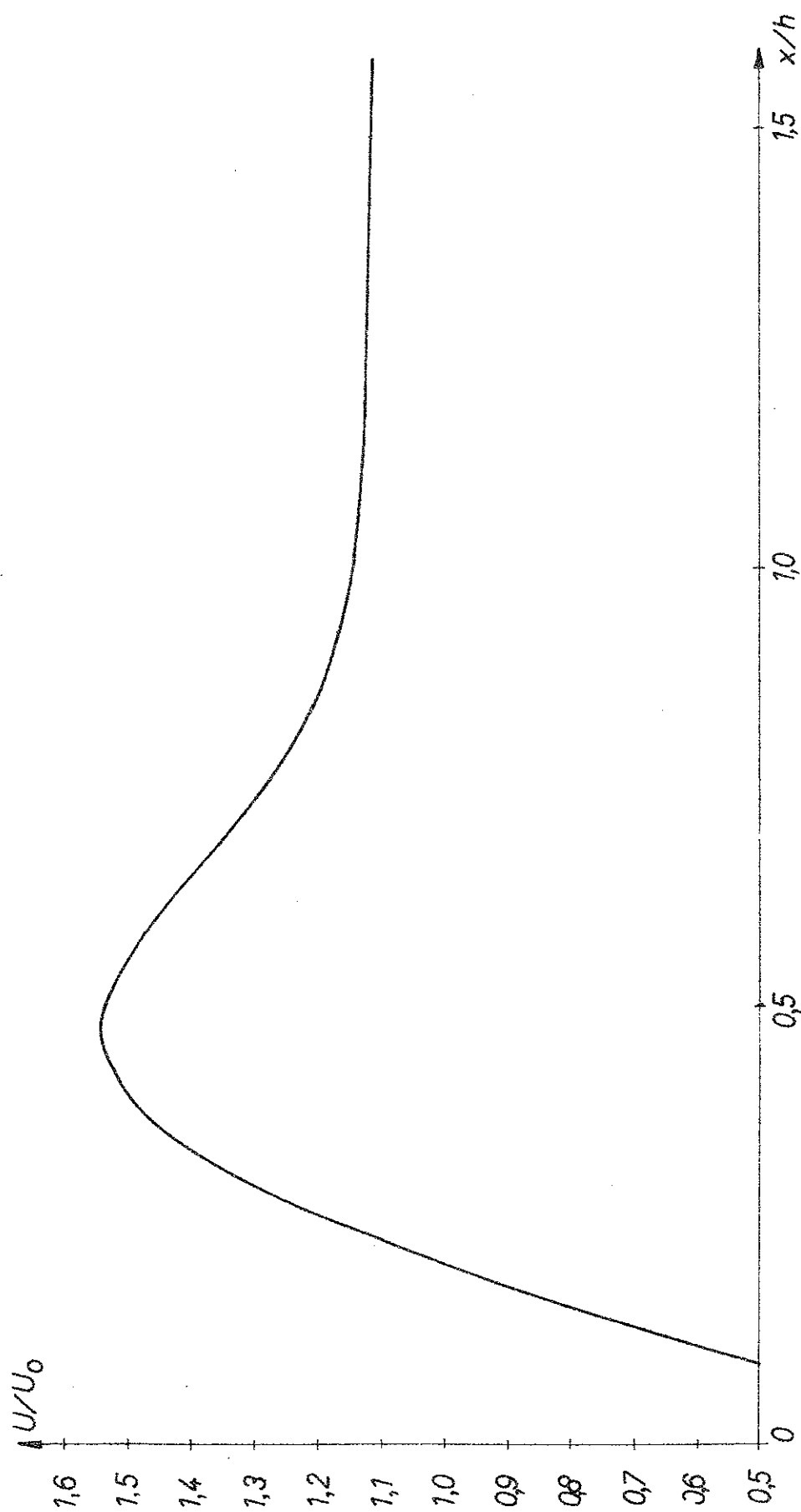


Fig. 59.

Hastighedsfordelingen langs den tilnærmede kontur til R1-modellen.

$$\psi = gU_0Kh, \quad \omega = 0, \quad \frac{\partial k}{\partial x_2} = \frac{\partial \phi}{\partial x_2} = 0$$

$$x_2 = K \cdot h$$

$$\begin{aligned} \psi &= gU_0x_2 \\ \omega &= 0 \\ k &= k_0 \\ \phi &= \phi_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial x_1} &= \frac{\partial \omega}{\partial x_1} = 0 \\ \frac{\partial k}{\partial x_1} &= \frac{\partial \phi}{\partial x_1} = 0 \end{aligned}$$

$$x_1 = h/2$$

se tekst

$$\psi = \omega = 0, \quad \frac{\partial k}{\partial x_2} = \frac{\partial \phi}{\partial x_2} = 0$$

Fig. 60.

Grænsebetingelser.

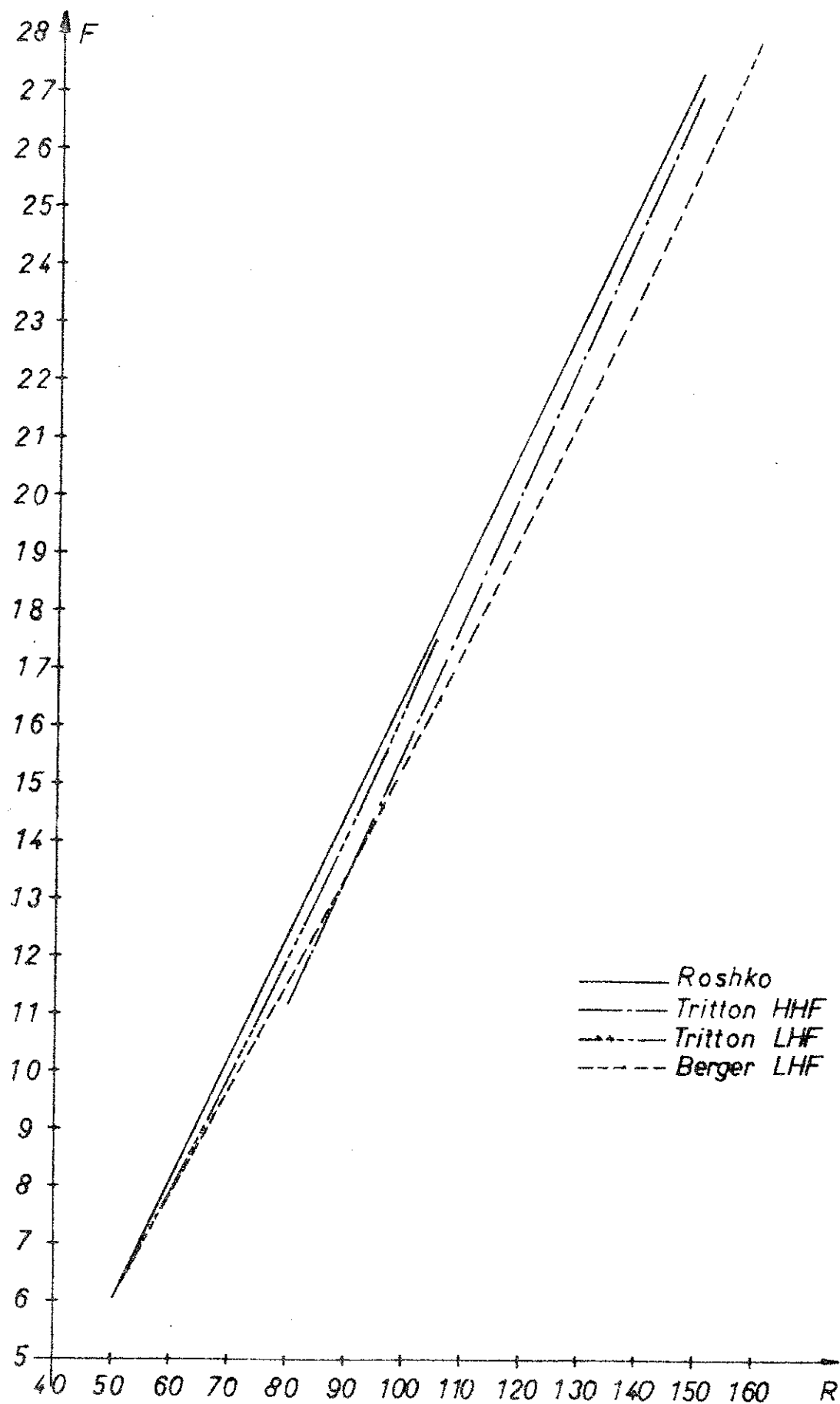


Fig. A1. F - R relationer.

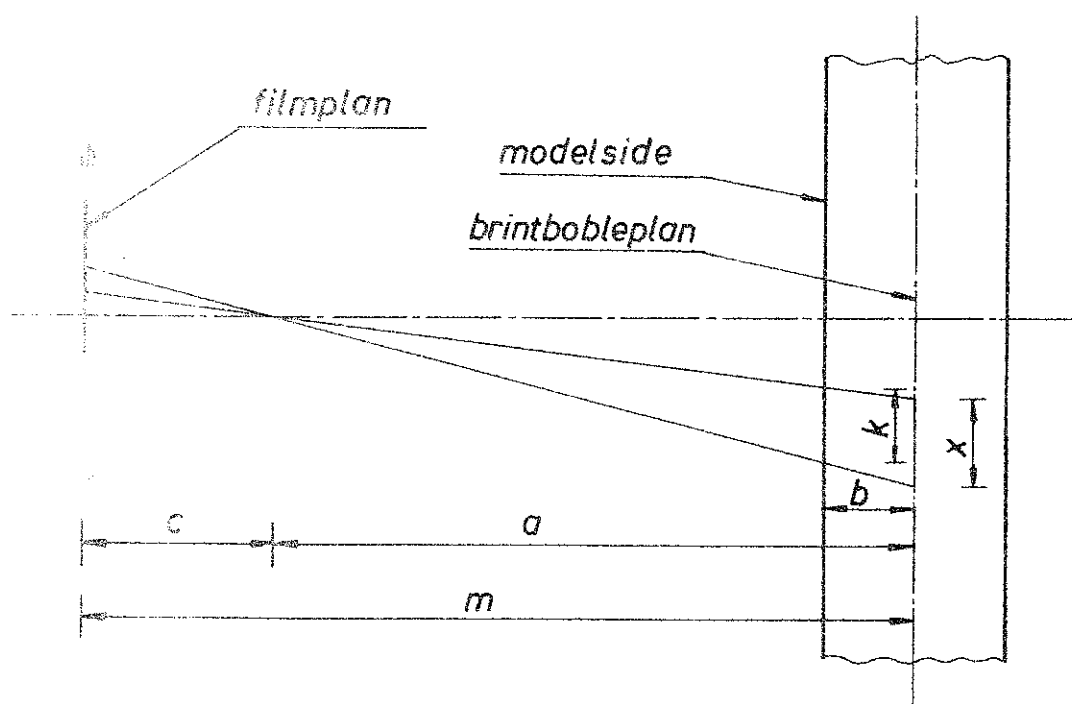


Fig. A2.

Længder ved opmåling af brintboblefotografier.